



第 11 章 マルチスプリングモデル

11.1 はじめに

SPACE (Ver. 3.00) では、立体骨組みの静的解析や動的解析を行っているが、その中でも、鉄筋コンクリート構造あるいは鉄骨鉄筋コンクリート構造についても同様の解析を行っている。SPACE の部材モデルは標準仕様ではファイバーモデルを用いているが、RC や SRC 断面ではその履歴を精度良く解析するために、かなりのファイバー数が必要となる。例えば、断面分割 40x40 では 1600 個、20x20 でも 400 個必要となる。これだけのファイバー数を有する部材で大規模な立体構造物を解析することは、現在の PC では不可能に近い。そこで、材端ばねモデル（塑性論アナロジーモデル）とファイバーモデルの特性を併せ持つ材端マルチスプリングモデルを利用することになる。本節では、このモデルの剛性行列を導き、利用方法について述べることにする。

11.2 断面内要素の接線剛性

図心より、 y 、 z の位置に断面積 A と単位面積に関する接線バネ定数 k を有するバネ（スプリング）があるとする。このバネの位置に増分変位 $\Delta \bar{u}$

$$\Delta \bar{u} = \Delta u + z\Delta\theta_y - y\Delta\theta_z \quad \dots\dots\dots(11.1)$$

が加わると、そのバネに蓄えられる歪エネルギーは次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{1}{2}(\Delta \bar{u})Ak(\Delta \bar{u}) = \frac{1}{2}(\Delta u + z\Delta\theta_y - y\Delta\theta_z)Ak(\Delta u + z\Delta\theta_y - y\Delta\theta_z) \\ &= \frac{Ak}{2}(\Delta u^2 + z\Delta u\Delta\theta_y - y\Delta u\Delta\theta_z \\ &\quad + z\Delta u\Delta\theta_y + z^2\Delta\theta_y^2 - yz\Delta\theta_z\Delta\theta_y \\ &\quad - y\Delta u\Delta\theta_z - yz\Delta\theta_z\Delta\theta_y + y^2\Delta\theta_z^2) \quad \dots\dots\dots(11.2) \end{aligned}$$

ここで、材端変位と内部変位の関係は、

$$\Delta u = \Delta u_2 - \Delta u_1; \quad \Delta\theta_y = \Delta\theta_{y2} - \Delta\theta_{y1}; \quad \Delta\theta_z = \Delta\theta_{z2} - \Delta\theta_{z1} \quad \dots\dots\dots(11.3)$$

であり、式(11.1)と(11.3)を式(11.2)に代入し、材端変位と内部変位で微分すると接線剛性が次式のように与えられる。

$$[K^p]\{\Delta \mathbf{u}\} \quad \dots\dots\dots(11.4)$$

ここで、接線剛性係数は

$$[K^P] = kA \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y & -1 & 0 & 0 & 0 & -z & y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z^2 & -xy & -z & 0 & 0 & 0 & -z^2 & zy \\ y^2 & y & 0 & 0 & 0 & zy & -y^2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & z & -y \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ z^2 & -zy \\ y^2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(11.5)$$

であり、バネ両端の増分変位は

$$\{\Delta \mathbf{u}\}^T = \left\{ \begin{array}{cccccc} \Delta u_1 & \Delta v_1 & \Delta w_1 & \Delta \theta_{x1} & \Delta \theta_{y1} & \Delta \theta_{z1} \\ \Delta u_2 & \Delta v_2 & \Delta w_2 & \Delta \theta_{x2} & \Delta \theta_{y2} & \Delta \theta_{z2} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(11.6)$$

である。

11.3 断面の接線剛性

断面内に任意個のバネがある場合は、式(11.5)で示される接線剛性を全て足し込めばよい。そうすることで、次式のように増分材端応力との関係が次のように得られる。

$$\{\Delta \mathbf{n}\} = [\bar{K}^P] \{\Delta \mathbf{u}\} \quad \dots\dots\dots(11.7)$$

ここで、

$$\{\Delta \mathbf{n}\}^T = \left\{ \begin{array}{cccccc} \Delta N_1 & \Delta Q_{y1} & \Delta Q_{z1} & \Delta M_{x1} & \Delta M_{y1} & \Delta M_{z1} \\ \Delta N_2 & \Delta Q_{y2} & \Delta Q_{z2} & \Delta M_{x2} & \Delta M_{y2} & \Delta M_{z2} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots(11.8)$$

であり、マルチスプリングの接線剛性は、次式で与えられる。

$$\left[\overline{K}^p \right] = \begin{bmatrix}
 \overline{Ak} & 0 & 0 & 0 & \overline{zAk} & -\overline{yAk} & -\overline{Ak} & 0 & 0 & 0 & -\overline{zAk} & \overline{yAk} \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & \overline{z^2Ak} & -\overline{xyAk} & -\overline{zAk} & 0 & 0 & 0 & -\overline{z^2Ak} & \overline{zyAk} \\
 & & & & & \overline{y^2Ak} & \overline{yAk} & 0 & 0 & 0 & \overline{zyAk} & -\overline{y^2Ak} \\
 & & & & & & \overline{Ak} & 0 & 0 & 0 & \overline{zAk} & -\overline{yAk} \\
 & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & \overline{z^2Ak} & -\overline{zyAk} \\
 & & & & & & & & & & & \overline{y^2Ak}
 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(11.9)$$

ここで、各要素は、断面内のバネ要素について和をとった次式で表される。

$$\left. \begin{aligned}
 \overline{Ak} &= \sum A_i k_i \\
 \overline{zAk} &= \sum z_i A_i k_i \\
 \overline{yAk} &= \sum y_i A_i k_i \\
 \overline{z^2Ak} &= \sum z_i^2 A_i k_i \\
 \overline{y^2Ak} &= \sum y_i^2 A_i k_i \\
 \overline{yzAk} &= \sum y_i z_i A_i k_i
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(11.10)$$

11.4 使用上の注意

マルチスプリングモデルは、塑性論アナロジーモデルとファイバーモデルとの中間的な特徴を有する。このモデルによる要素は長さを有しないため、アナロジーモデルと同様に線形剛性は剛でなければならない。もし初期剛性を有すると、このバネが変位することで部材に余分な変位が生じてしまうことになる。数値計算上、剛となる線形剛性を与えることはなかなか難しいが、部材軸方向剛性 EA/L の 100 倍から 1000 倍を目安にすると良い。

バネの履歴として、せん断モデルと同様に複雑な応答を考慮することができる。このことはメリットでもあり、デメリットでもある。例えば、鉄筋コンクリート断面では、ファイバーモデルよりかなり少ない要素数で軸方向、曲げ履歴を表すことが可能であり、弾塑性解析が格段に有利となる。しかし、この履歴を適切に設定することは難しく、技術的知識・

判断が必要となる。ファイバーモデルはコンクリートと鉄筋の履歴を分けて、しかも、細分化して設定するため自動的に履歴特性を設定することが可能である。一方、マルチスプリングモデルでは、断面を 5 要素、7 要素、13 要素程度に分割し、鉄筋とコンクリートを含めたマクロな挙動を表さなければならない。マルチスプリングモデルを使用するためには、論文等で十分にこのモデルの特性を理解した上で適切に履歴を設定しなければならない。

バネ（スプリング）には断面積の概念はない。しかし、SPACE では利用上の利便さを考慮して、断面積 A を加えて定式化し、プログラム化している。そのため、バネの履歴特性を設定する場合、次の 2 種の内、どちらかを選択する。

- 1) 断面積を 1 とし、履歴特性としてバネの履歴そのものを設定する。
- 2) 履歴特性には単位面積あたりの履歴を設定し、断面積にはバネの支配面積を設定する。