

特殊な部材を動的解析システムに組み込む場合、振動方程式そのものを変更する必要がある。無論、解析手法も多少変更しなければならない。その特殊な部材のひとつに Maxwell 要素を含むモデルがある。ここでは、Maxwell モデルについて考えることにする。

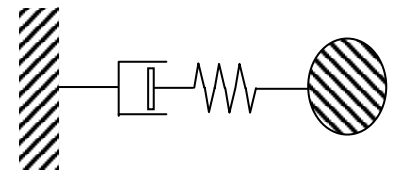
### 3.7 Maxwell モデルを考慮した反復解法

#### 3.7.1 Maxwell モデルの基礎式

Maxwell モデルは、図 3-2 に見られるように、ダッシュポットとばねが直列に連結しているモデルである。部材は、節点  $i$  と  $j$  に結合し、両節点の変位は  $u_i$ 、 $u_j$ 、節点力は  $p_i$ 、 $p_j$  とする。

部材内の変位  $u$  と応力  $f$  は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} u &= u_j - u_i \\ f &= -P_i \quad ; \quad f = P_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.26)$$



Maxwell モデルは、要素が直列結合しているため、次式が成立する。

図 3-2 Maxwell モデル

$$\left. \begin{aligned} f &= f_0 + c\dot{u}_1 \\ f &= ku_2 \\ u &= u_1 + u_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.27)$$

ここで、 $u_1$  はダッシュポットの変位を、 $u_2$  はばね要素の変位を表す。ただし、ダッシュポットの減衰定数はバイリニア型の非線形とし、 $f_0$ 、 $c$  は係数である。また、 $k$  はばねの線形剛性係数を表す。

Maxwell モデルの基本式を少し変形して、節点力を求めることにする。最初に、式(3.26)の上式の両辺を時間微分する。

$$\dot{u} = \dot{u}_1 + \dot{u}_2 \dots\dots\dots (3.28)$$

次に、式(3.27)を次のように変更する。

$$\dot{u}_1 = \frac{1}{c}(f - f_0) \dots\dots\dots (3.29)$$

$$\dot{u}_2 = \frac{\dot{f}}{k} \dots\dots\dots (3.30)$$

式(3.29)と(3.30)を式(3.28)に代入すると、Maxwell モデルの基本式が得られる。

$$\dot{u} = \frac{1}{c}(f - f_0) + \frac{\dot{f}}{k} \dots\dots\dots (3.31)$$

さらに、上式を変更すると、部材内部の応力  $f$  は、

$$f = c\dot{u} - \frac{c}{k}\dot{f} + f_0 \quad \dots\dots\dots(3.32)$$

として得られる。

Maxwell モデルは上記のように、応力の微分を含むため、このまま振動方程式の中に組み込むことはできない。そこで、フレームの非線形振動方程式を *Newmark* 法で解くことから、このモデルに対しても同様な手法で近似的に解くことにする。

今、 $n$  ステップの応力状態  $f_n$  が求まっているとし、 $t$  秒後の応力  $f_{n+1}$  を次式で仮定する。

$$f_{n+1} = f_n + \dot{f}_n \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{f}_n \Delta t^2 \quad \dots\dots\dots(3.33)$$

ここで、 $f_n$  の 2 回微分を次式で仮定する。

$$\ddot{f}_n = \frac{1}{\Delta t} (\dot{f}_{n+1} - \dot{f}_n) \quad \dots\dots\dots(3.34)$$

上式を式(3.33)に代入し、整理すると、

$$f_{n+1} = f_n + \frac{\Delta t}{2} (\dot{f}_{n+1} + \dot{f}_n) \quad \dots\dots\dots(3.35)$$

となる。

$n$  ステップ、あるいは、 $n + 1$  ステップで Maxwell の基本式は成立していなければならない、下式：

$$\dot{f}_n = k\dot{u}_n - \frac{k}{c}(f_n - f_0) \quad \dots\dots\dots(3.36)$$

$$\dot{f}_{n+1} = k\dot{u}_{n+1} - \frac{k}{c}(f_{n+1} - f_0) \quad \dots\dots\dots(3.37)$$

が成立する。式(3.36)、(3.37)の  $\dot{f}_n$  と  $\dot{f}_{n+1}$  を式(3.35)に代入し、整理すると次式が得られる。

$$f_{n+1} = f_n + \frac{\Delta t}{2} (k\dot{u}_{n+1} + k\dot{u}_n - \frac{2k}{c}f_{n+1} + \frac{2k}{c}f_0) \quad \dots\dots\dots(3.38)$$

上式を  $f_{n+1}$  について解くと、

$$(1 + \frac{k\Delta t}{2c})f_{n+1} = (1 - \frac{k\Delta t}{2c})f_n + \frac{k\Delta t}{2}\dot{u}_{n+1} + \frac{k\Delta t}{2}\dot{u}_n + \frac{k\Delta t}{c}f_0 \quad \dots\dots\dots(3.39)$$

となり、従って、 $f_{n+1}$  は次式で与えられる。

$$f_{n+1} = \frac{2c - k\Delta t}{2c + k\Delta t} f_n + \frac{ck\Delta t}{2c + k\Delta t} \dot{u}_{n+1} + \frac{ck\Delta t}{2c + k\Delta t} \dot{u}_n + \frac{2k\Delta t}{2c + k\Delta t} f_0 \quad \dots\dots\dots(3.40)$$

ここで、

$$\alpha = \frac{ck\Delta t}{2c + k\Delta t}; \alpha' = \frac{k\Delta t}{2c + k\Delta t}; \gamma = \frac{2c - k\Delta t}{2c + k\Delta t} \quad \dots\dots\dots(3.41)$$

とすると、 $f_{n+1}$  は、

$$f_{n+1} = \gamma f_n + \alpha \dot{u}_{n+1} + \alpha \dot{u}_n + 2\alpha' f_0 \quad \dots\dots\dots(3.42)$$

となる。

節点力と節点変位の関係は式(3.26)、(3.42)より次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} p_i \\ p_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & -\alpha \\ -\alpha & \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_j \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} (\alpha \dot{u}_n + b\gamma f_n + \alpha' f_0 + b\alpha' f_0') \quad \dots\dots\dots(3.43)$$

反復解法に関する非線形振動方程式(3.5)は、Maxwell モデルを考慮すると次式で表される。

### 3.7.2 反復解法における Maxwell モデル

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} + \{f_d\} = & -[M][I]\{\ddot{u}_g\} \\ & + \{P_s\} - \{Q(\bar{y})\} - [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} + [K]\{y\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.44)$$

上式で、 $\{f_d\}$  は制震ダンパーの節点力(3.43)を節点での力の釣合より重ね合わせたベクトルであり、次式で表される。

$$\begin{aligned} \{f_d\} = & [C_0]\{\dot{y}\} + \{(\alpha_1 - \alpha_0)\dot{u}_{n+1} + b\bar{\gamma}f_n + \bar{\alpha}\dot{u}_n + \bar{\alpha}'f_0 + b\bar{\alpha}'f_0'\} \\ = & [C_0]\{\dot{y}\} + \{\bar{f}_d\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.45)$$

ダンパーの節点力を表す式(3.45)の右辺 1 項を除いて第 2 項以降を、釣合式(3.44)の右辺に移項する。これより、振動方程式は、

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{y}\} + [\bar{C}]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = & -[M][I]\{\ddot{u}_g\} \\ & + \{P_s\} - \{\bar{f}_d\} - \{Q(\bar{y})\} - [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} + [K]\{y\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.46)$$

となる。ここで、Maxwell モデルに関連する項は、

$$\begin{aligned} [\bar{C}] = & [C] + [C_0] \\ \{\bar{f}_d\} = & \{(\alpha_1 - \alpha_0)\dot{u}_{n+1} + b\bar{\gamma}f_n + \bar{\alpha}\dot{u}_n + \bar{\alpha}'f_0 + b\bar{\alpha}'f_0'\} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.47)$$

である。ただし、式(3.47)の下式中に未知ベクトルである次ステップの

速度が含まれていることに注意すべきである。また、 $[C_0]$ はMaxwellモデルの線形減衰項であり、 $[C]$ はそれ以外の線形減衰項である。

Maxwellモデルを考慮した非線形振動方程式(3.46)は以上のように得られ、後はこの方程式に *Newmark* 法を適用すれば良い。まず、増分時間  $t$  秒後の変位ベクトル  $\{y_{n+1}\}$  と速度ベクトル  $\{\dot{y}_{n+1}\}$  を、

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{y}_{n+1}\} &= \{\dot{y}_n\} + \{(1-\delta)\{\ddot{y}_n\} + \delta\{\ddot{y}_{n+1}\}\}\Delta t \\ \{\Delta y_{n+1}\} &= \{\dot{y}_n\}\Delta t + \{(0.5-\beta)\{\dot{y}_n\} + \beta\{\dot{y}_{n+1}\}\}\Delta t^2 \\ \{y_{n+1}\} &= \{y_n\} + \{\Delta y_n\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.6)$$

で仮定する。ここで、添え字の  $n$  は増分前の値、 $n+1$  は増分後の値、 $\delta, \beta$  は数値計算用パラメータを表す。次に、上式中の係数を

$$\left. \begin{aligned} \{a\} &= \{\dot{y}_n\} + \Delta t(1-\delta)\{\ddot{y}_n\} \\ \{b\} &= \Delta t\{\dot{y}_n\} + \Delta t^2(0.5-\beta)\{\ddot{y}_n\} \\ \{\bar{b}\} &= \{y_n\} + \{b\} \\ \mu_1 &= \Delta t\delta \\ \mu_2 &= \Delta t^2\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.7)$$

としてまとめ、式(3.6)と(3.7)を反復解法の基礎式(3.46)に代入すると、増分後の加速度を未知ベクトルとする釣合式が以下のように得られる。

$$\begin{aligned} &[M]\{\ddot{y}_{n+1}\} + [\bar{C}]\{\{a\} + \mu_1\{\ddot{y}_{n+1}\}\} + [K]\{\{\bar{b}\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} \\ &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} - \{\bar{f}_d\} \\ &- [K_T(y_n)]\{\{b\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} + [K]\{\{\bar{b}\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\}\} \quad \dots\dots\dots(3.48) \end{aligned}$$

さらに、上式を整理すると、

$$\begin{aligned} &([M] + \mu_1[\bar{C}] + \mu_2[K])\{\ddot{y}_{n+1}\} \\ &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} - [\bar{C}]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \\ &- \{\bar{f}_d\} + \mu_2([K] - [K_T(y_n)])\{\ddot{y}_{n+1}\} \quad \dots\dots\dots(3.49) \end{aligned}$$

となる。ここで、係数を以下のように

$$\left. \begin{aligned} [F] &= [M] + \mu_1[\bar{C}] + \mu_2[K] \\ \{G(\ddot{y}_{n+1})\} &= \mu_2([K] - [K_T(y_n)])\{\ddot{y}_{n+1}\} - \{\bar{f}_d\} \\ \{g\} &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_S\} - \{Q(y_n)\} \\ &- [\bar{C}]\{a\} - [K_T(y_n)]\{b\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.50)$$

整理すると、方程式(3.49)は以下ようになる。

$$[F]\{\ddot{y}_{n+1}\} = \{G(\ddot{y}_{n+1})\} + \{g\} \quad \dots\dots\dots(3.51)$$

式(3.51)で分かるように両辺に未知ベクトルである増分後の加速度ベクトル  $\{\ddot{y}_{n+1}\}$  を含んでおり、そのため、この方程式は反復法を用いて解かれることとなる。

前節では、Maxwell モデルを組み込んだ反復解法の基本式を導いた。しかしながら、SPACE で使用している反復解法は、これとは多少異なっている。ここでは、SPACE で用いている反復基本式を導くことにしよう。

Maxwell モデルを組み込んだ振動方程式(3.46)を再度示す。

$$[M]\{\ddot{y}\} + [\bar{C}]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_s\} - \{\bar{f}_d\} - \{Q(\bar{y})\} - [K_T(\bar{y})]\{\Delta y\} + [K]\{y\} \quad \dots\dots\dots(3.46)$$

上式に、式(3.6)、(3.7)を代入して、反復式を作るわけであるが、前節とは異なり、以下のように、右辺の  $\{\Delta y\}$  と  $\{y\}$  は加速度で展開せず、そのまま変位として残す。

$$[M]\{\ddot{y}_{n+1}\} + [\bar{C}]\{\dot{a}\} + \mu_1\{\ddot{y}_{n+1}\} + [K]\{\bar{b}\} + \mu_2\{\ddot{y}_{n+1}\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_s\} - \{Q(y_n)\} - \{\bar{f}_d\} - [K_T(y_n)]\{\Delta y_{n+1}\} + [K]\{y_{n+1}\} \quad \dots\dots\dots(3.52)$$

上式を整理すると、

$$[M] + \mu_1[\bar{C}] + \mu_2[K]\{\ddot{y}_{n+1}\} = -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_s\} - \{Q(y_n)\} - [\bar{C}]\{a\} - [K(y_n)]\{\bar{b}\} - \{\bar{f}_d\} - [K_T(y_n)]\{\Delta y_{n+1}\} + [K]\{y_{n+1}\} \quad \dots\dots\dots(3.53)$$

となる。ここで、係数を以下のように整理すると、

$$\left. \begin{aligned} [F] &= [M] + \mu_1[\bar{C}] + \mu_2[K] \\ \{G(y_{n+1}, \Delta y_{n+1})\} &= -\{\bar{f}_d\} - [K_T(y_n)]\{\Delta y_{n+1}\} + [K]\{y_{n+1}\} \\ \{g\} &= -[M][I]\{\ddot{u}_g\} + \{P_s\} - \{Q(y_n)\} - [\bar{C}]\{a\} - [K]\{\bar{b}\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.54)$$

方程式(3.49)は以下のようになる。

$$[F]\{\ddot{y}_{n+1}\} = \{G(y_{n+1}, \Delta y_{n+1})\} + \{g\} \quad \dots\dots\dots(3.55)$$

SPACE では、式(3.54)と(3.55)を用いて反復解法を行っている。

### 3.7.3 SPACE で用いる反復解法

### 3.7.4 Maxwell モデルを含む数値解析手法

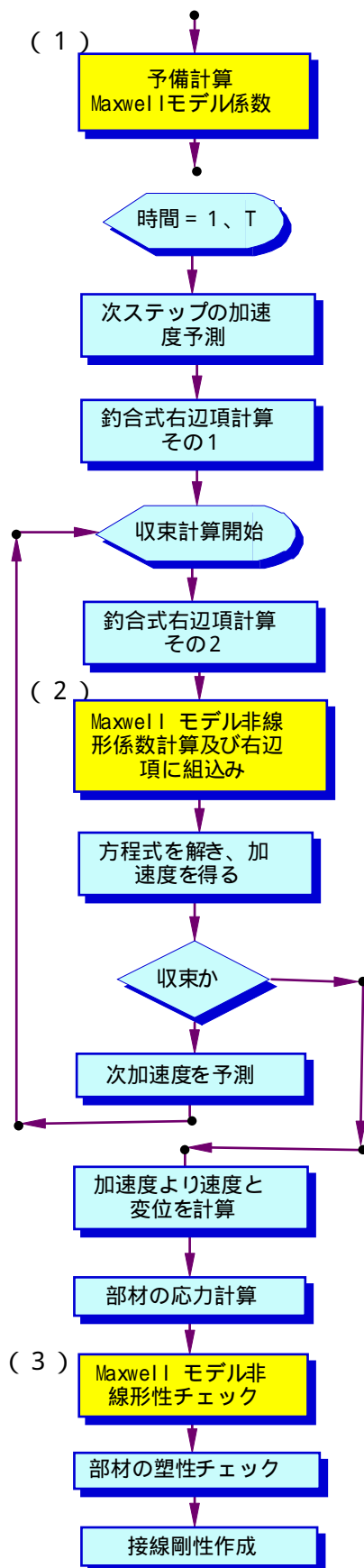


図 3-3 Maxwell モデルの計算フロー

本節では、前節で得た Maxwell モデルの基本式を、SPACE の反復計算の中に組み込むことにする。図 3-3 には、Maxwell モデルを組み込む部分のフローチャートを示す。図 3-1 に示す通常の計算のフローチャートを参照しながら見ていただきたい。このモデルを組み込むために、数値解析の流れの中で、図 3-3 に示すように 3 箇所追加されることになる。

最初に、(1)予備計算の中で、Maxwell モデルに関する係数を計算し、線形の減衰項と式(3.41)で示される係数を構造体にセットする。

(2)収束計算中で、上記の係数と増分前の速度と変位を用いて、右辺項の計算を行い、釣合式の右辺項に足し込む。

(3)反復収束計算が終了し、収束解が得られると通常部材の応力計算が実行され、その後、Maxwell モデルの応力計算を行い、次に、非線形性をチェックし、新たな係数を更新する。

以上で、Maxwell モデルの組み込みは終了であり、詳細は、後章で述べることにする。

線形振動方程式に対する固有値問題は式(3.3)より次のように定義される。

$$[M]\{\ddot{y}\} + K\{y\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots(3.56)$$

自由振動の解を以下のように仮定し、式(3.20)に代入すると

$$\{y\} = \{\phi\} \exp(i\omega t) \quad \dots\dots\dots(3.57)$$

以下の釣合式が得られる。ただし、 $\{\phi\}$ は振動モード、 $\omega$ は円振動、 $i$ は虚数を各々表す。

$$([K] - \omega^2[M])\{\phi\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots(3.58)$$

振動モード $\{\phi\}$ はゼロではないので、係数行列は以下の条件が必要となる。

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0 \quad \dots\dots\dots(3.59)$$

上式は、一般固有値問題と呼ばれ、各種の数値解析方法が提案されている。特に、上式の固有値問題において、係数行列である $[M]$ と $[K]$ は共に対称マトリックスであることから、固有値 $\omega^2$ は実数であることが保証されている。しかも、 $[K]$ が正定値であれば固有値は全て正の値を持つことになる。この条件によって構造物は固有の振動数を持ち、逆に正定値でなければ、ゼロもしくは負の固有値をひとつ以上持つことになる。そのとき、構造物の変位が急激に大きくなる状態、いわゆる動的に不安定な状態を示すことになる。

## 3.8 固有値問題と減衰

### 3.8.1 固有値問題

### 3.8.2 減衰

減衰は内部減衰と外部減衰に区別される。その区分は減衰を生じさせる要因が構造物の内部にあるか外部にあるかによる。内部減衰は、粘性減衰、履歴減衰、摩擦減衰などがあり、また、外部減衰には外部粘性減衰、逸散減衰などがある。他にオイルダンパーやその他の免震装置や制震装置に組み込まれた減衰機構もある。

内部粘性減衰は材料の内部粘性によって生じ、速度に比例する抵抗を示す。この減衰は数学的取り扱いが容易であり、最も一般的な減衰である。また、この減衰はダッシュポットとして表され、そのパラメータは線形であると定数となり、減衰力は $c\dot{y}$ で、速度に比例する力を持つ。なお、非線形であると減衰係数 $c$ は速度の関数となる。

履歴減衰は部材の塑性化によって生じる減衰である。力と変位の関係

が非弾性関係であるため応答時にループを描き、その履歴ループの面積が減衰力に関連する。履歴モデルは力と変位の関係を表す骨格曲線とループ規則とで表され、骨格曲線として、バイリニアモデルとトリリニアモデルが多く用いられている。ループ規則にも、原点指向型、最大点指向型などがあり、特に、トリリニアと最大点指向型を組み合わせた剛性低下型トリリニアモデルは鉄筋コンクリート構造の弾塑性解析に多用されている。また、ループ面積を持たないスプリングモデル、あるいはスリップモデルやダブルバイリニアモデルがブレース材の特性として用いられている。さらに複雑な復元力特性として、これらの基本モデルを組み合わせた複合非線形モデルも開発されている。

関数を利用したモデルとして、*Ramberg-Osgood* モデル (RO モデル) と *Hardin-Drinevich* モデル (HD モデル) がある。これらは滑らかな骨格曲線を持ち、免震装置や土の履歴特性に使用される場合が多い。逸散減衰は半無限媒体である地盤内を波動エネルギーが無限遠方に逸散することによって生じる減衰効果である。半無限弾性体上の剛な円形や矩形基礎の変位応答解析より、鉛直、水平、回転振動に対する等価なばね定数と減衰係数が求められている。これら係数は、いずれも弾性体を対象にしており、地盤のせん断波速度や固有振動数に依存している。摩擦減衰は構造物の接合部におけるボルトやリベットのすべりなどで生じる減衰である。また、外部粘性減衰は、空気や水などの抵抗で生じる減衰で、空気膜構造など、軽量で柔らかい構造物で考慮される場合がある。

### 3.8.3 部材減衰とモード減衰

減衰機構を振動方程式の中に表現する方法として、部材ごとに減衰値を定める部材減衰と、系の各次固有周期に対応して減衰値を定めるモード減衰がある。減衰定数は振動振幅に依存し、実験データからも振幅が大きくなると減衰値が大きくなると言われており、非線形性を考慮しなければならない場合もある。さらに、制震装置に付属する減衰機構は、粘性定数を動的に変化させることもあり、特にこの場合は非線形性を考慮する必要がある。

一般に広く使用されているモード減衰は、減衰のない系の固有モードで座標変換したとき、減衰行列が対角化されることを利用する。減衰を考慮した自由振動方程式は

$$[M]\ddot{y} + [C]\dot{y} + [K]y = \{0\} \quad \dots\dots\dots(3.60)$$

であり、固有値問題の知識を利用すると、減衰のない系の固有モードで



減衰行列を対角化するには、減衰行列 $[C]$ が質量行列 $[M]$ と剛性行列 $[K]$ の両方、あるいはいずれかに比例したものであれば良く、その条件は下式で表される。

$$[C] = [M] \sum_m a_m \{ [M]^{-1} [K] \}^m = \sum_m [C_m] \quad \dots\dots\dots(3.61)$$

*Rayleigh* 減衰は最も良く利用されているモード減衰のひとつであり、上式中の2項を用いて、次式で表す。

$$[C] = a_0 [M] + a_1 [K] \quad \dots\dots\dots(3.62)$$

振動モードで展開すると、第*i*次のモード減衰は、

$$h_i = \frac{1}{2} \left\{ \frac{a_0}{\omega_i} + a_1 \omega_i \right\} \quad \dots\dots\dots(3.63)$$

となり、右辺第1項が振動数逆比例型、第2項が振動数比例型となる。モード減衰として、第*i*次と第*j*次のモードに対して各々減衰定数を $h_i$ と $h_j$ に設定すれば、係数 $a_0$ と $a_1$ は次式となる。これらを式(3.62)に代入することによって減衰行列が得られる。

$$a_0 = \frac{2\omega_i\omega_j(h_j\omega_i - h_i\omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad a_1 = \frac{2(h_i\omega_i - h_j\omega_j)}{\omega_i^2 - \omega_j^2} \quad \dots\dots\dots(3.64)$$

剛性比例型減衰として、次式で表される *Kelvin* 減衰がある。

$$[C] = a_1 [K] \quad \dots\dots\dots(3.65)$$

第*i*次のモード減衰定数 $h_i$ は次式のようになり、係数 $a_1$ も容易に得られる。

$$h_i = \frac{1}{2} a_1 \omega_i \quad ; \quad a_1 = \frac{2h_i}{\omega_i} \quad \dots\dots\dots(3.66)$$

モード減衰では、設定したモード以外のモードに対して、減衰値が固有振動数によって自動的に設定されているという点に留意されたい。自動的に設定された減衰定数が大きくなり、本来、励起されるべきはずのモードが、減衰して生じない状態になってしまうことがある。このような不合理が生じないためにも、減衰定数の値を決めるモードは振動数や刺激係数に良く注意して選択すべきである。

部材減衰の存在は、一般に無減衰系の振動モードでは減衰行列を対角化できず、減衰を考慮した振動モードと固有振動数を求めようとするとき複素固有値問題を解かなければならない。部材減衰は、主に免震装置と制震装置の減衰項として、また地盤の逸散減衰として使われる。減衰を表す基本的な物理モデルとして、弾性ばねと粘性ダッシュポットを並列結合した *Voigt* モデル、同じく直列結合した *Maxwell* モデルがある。部材モデルを方程式に組み込んだ場合、構造物全体の減衰として、*Rayleigh* 減衰などのモード減衰を用いる場合が多い。無論、部材減衰とモード減衰とを併用した場合、その減衰行列は無減衰の振動モードで対角化できない。

鉄骨のラチスドームと鉄骨鉄筋コンクリート製の下部構造を同時に振動解析しようとしたとき、屋根部分と下部構造とでは固有振動数や減衰定数が異なり、*Kelvin* 減衰や *Rayleigh* 減衰では表現が難しくなる場合がある。このような複合構造物では、各々の構造物の *Rayleigh* 減衰を重ね合わせて使用する方法がある。一方、減衰行列の対角化条件式の高次項を利用する方法もある。質量行列や剛性行列の2乗、3乗項を用いる方法であり、ここでも複合構造物の振動モードを良く検討し、減衰定数を設定するモードを適切に選択する必要がある。