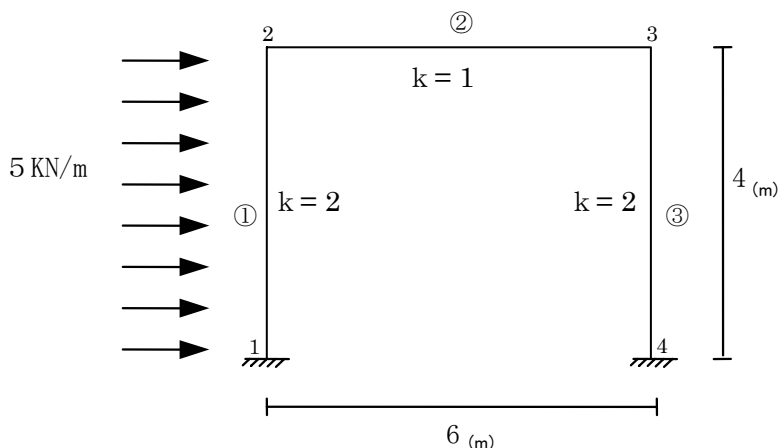


| | | | | |
|----|------|------|----|----|
| 学科 | 学年・組 | 学籍番号 | 氏名 | 評価 |
| | | | | |

問1 次に示す構造物をたわみ角法で解きなさい。

モーメント(M)図、せん断力(Q)図、軸力(N)図を求めなさい。

ただし、梁および柱の剛比は図の中に示すkとする。



たわみ角法 基本式

$$M_{AB} = k(2\phi_A + \phi_B + \psi) + C_{AB}$$

$$M_{BA} = k(2\phi_B + \phi_A + \psi) + C_{BA}$$

k: 剛比
C: 固定端応力

等分布荷重の場合の基本応力

$$C = \frac{1}{12}Ph^2$$

$$M_0 = \frac{1}{8}Ph^2$$

$$Q = \frac{1}{2}Ph$$

たわみ角法の基本式より

①部材

$$\begin{cases} M_{12} = 2(\phi_2 + \psi) - C \\ M_{21} = 2(2\phi_2 + \psi) + C \end{cases} \quad \text{①}$$

②部材

$$\begin{cases} M_{23} = 2\phi_2 + \phi_3 \\ M_{32} = 2\phi_3 + \phi_2 \end{cases} \quad \text{②}$$

境界条件

$$\phi_1 = \phi_4 = 0$$

③部材

$$\begin{cases} M_{34} = 2(2\phi_3 + \psi) \\ M_{43} = 2(\phi_3 + \psi) \end{cases} \quad \text{③}$$

節点2におけるモーメントの釣り合い

$$M_{21} + M_{23} = 0$$

上式に①と②を代入する

$$6\phi_2 + \phi_3 + 2\psi + \frac{Ph^2}{12} = 0 \quad \text{④}$$

節点3におけるモーメントの釣り合い

$$M_{32} + M_{34} = 0$$

同様に上式に②と③を代入する。

$$\phi_2 + 6\phi_3 + 2\psi = 0 \quad (5)$$

次に層モーメントの釣り合いについて

$$\begin{aligned} \frac{Ph}{2} &= Q_1 + Q_3 \\ &= -\frac{(M_{12} + M_{21})}{h} - \frac{(M_{34} + M_{43})}{h} \end{aligned}$$

上式に①と③を代入する。ただし外力の C は除く

$$Ph^2 = -12\phi_2 - 12\phi_3 - 16\psi \quad (6)$$

④⑤⑥をまとめると次のようになる

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & \frac{8}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_2 \\ \phi_3 \\ \psi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{Ph^2}{12} \\ 0 \\ -\frac{Ph^2}{6} \end{Bmatrix}$$

となる。ただし第3式は、⑥式に $-\frac{1}{6}$ をかけて求めてある。

上式を解くために、⑤を変形し④と⑥に代入する。

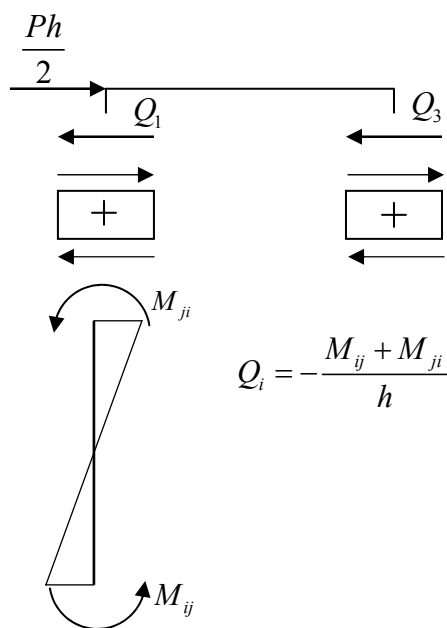
$$-\phi_2 - 6\phi_3 = 2\psi \quad (5')$$

$$5\phi_2 - 5\phi_3 + \frac{Ph^2}{12} = 0 \quad (4')$$

$$Ph^2 = -4\phi_2 + 36\phi_3 \quad (6')$$

以上より

$$\begin{cases} \phi_2 = \frac{Ph^2}{80} = \frac{5 \times 4^2}{80} = 1 \\ \phi_3 = \frac{7Ph^2}{240} = \frac{7 \times 5 \times 4^2}{240} = \frac{7}{3} \\ \psi = \frac{-\phi_2 - 6\phi_3}{2} = \frac{-1 - 6 \times \frac{7}{3}}{2} = \frac{-15}{2} \end{cases}$$



これらを①②③に代入する

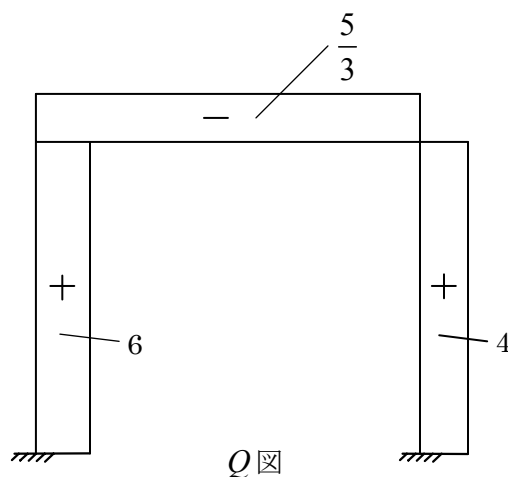
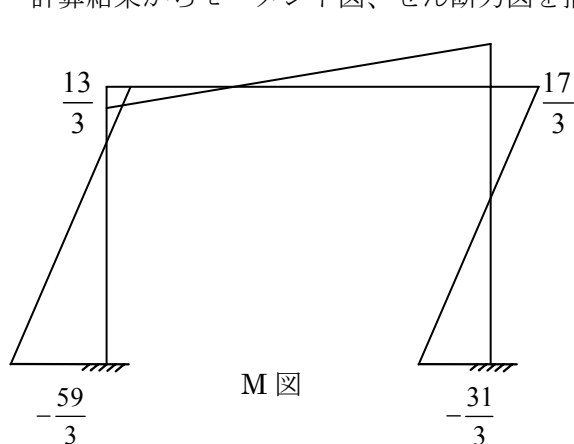
①部材

$$\begin{cases} M_{12} = 2\left(1 - \frac{15}{2}\right) - \frac{5 \times 4^2}{12} = -\frac{59}{3} \\ M_{21} = 2\left(2 - \frac{15}{2}\right) + \frac{5 \times 4^2}{12} = -\frac{13}{3} \end{cases}$$

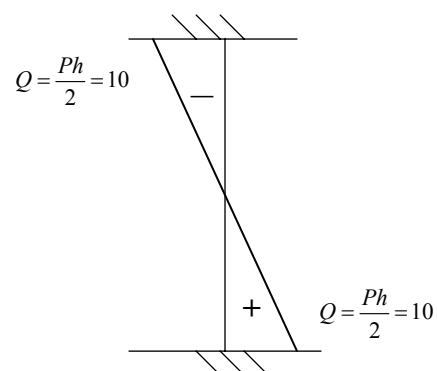
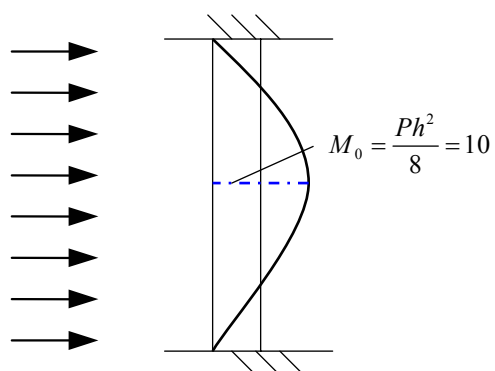
③部材

$$\begin{cases} M_{34} = 2\left(2 \times \frac{7}{3} - \frac{15}{2}\right) = -\frac{17}{3} \\ M_{43} = 2\left(\frac{7}{3} - \frac{15}{2}\right) = -\frac{31}{3} \end{cases}$$

計算結果からモーメント図、せん断力図を描く

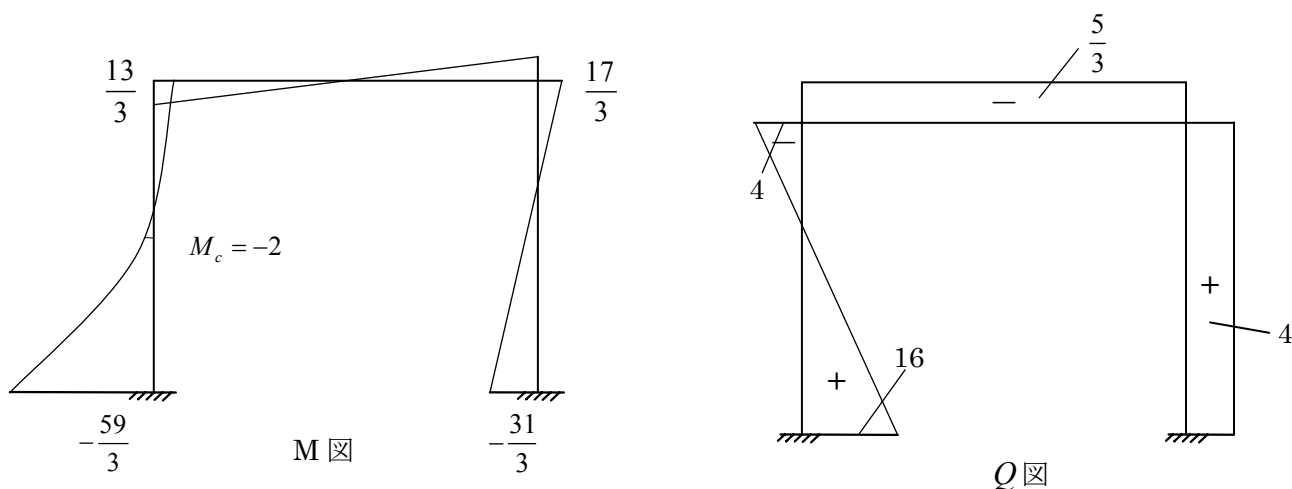


①部材には、等分布荷重が作用している。

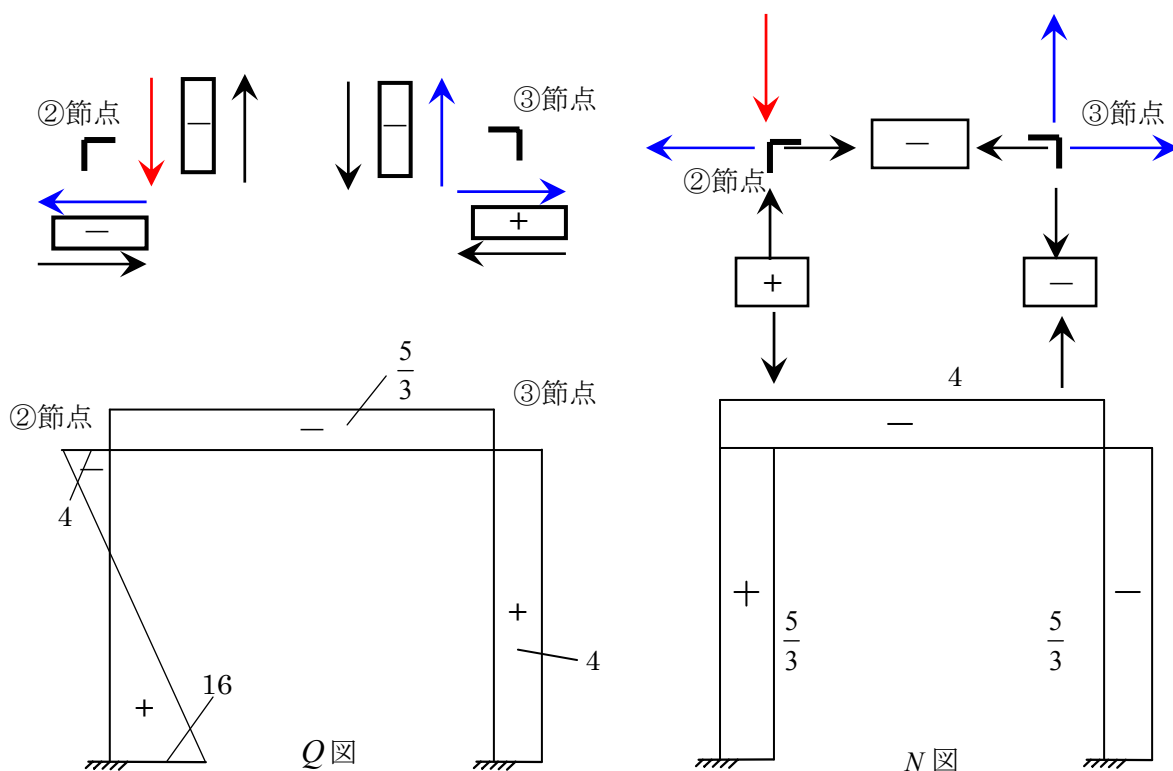


また①部材の中央のモーメントを求めると

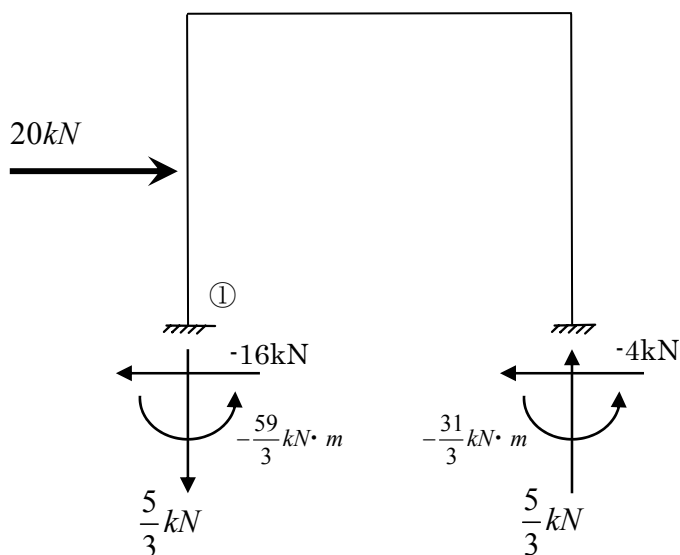
$$\begin{aligned} M_c &= M_0 + \frac{1}{2}(M_{12} + M_{21}) \\ &= \frac{5 \times 4^2}{8} + \frac{1}{2}\left(-\frac{59}{3} - \frac{13}{3}\right) \\ &= 10 - 12 = -2 \end{aligned}$$



せん断力図より軸力図を導き出す。



以上より反力を求めると



計算の確認方法(反力の釣り合い)

鉛直方向の釣り合い

$$-\frac{5}{3} + \frac{5}{3} = 0$$

水平方向の釣り合い

$$20 - 16 - 4 = 0$$

節点1を中心としたモーメント

$$5 \times 4 \times 2 - \frac{59}{3} - \frac{31}{3} - 6 \times \frac{5}{3} = 0$$

Point 2