



第13章 複雑な梁のたわみ

**ポイント：梁の微分方程式を用いて、少し複雑な不静定梁を解く**  
**梁の微分方程式の応用**

前章では、梁の微分方程式を用いて、梁の断面力とたわみを求めた。本章では、今までに学んだ知識を利用して、少し複雑な梁を解析してみよう。微分方程式を用いる方法は、梁や単純な骨組の原理を本質的に理解するには非常に重要である。ただし、複雑な構造物の解析を行うには、たわみ角法やマトリックス法を利用することになる。

13.1 はじめに

キーワード

**梁の微分方程式 複雑な梁の応力解析**

図13-1に、片持ち梁の中央に支持点がある不静定構造物を示す。この構造物の曲げモーメントとせん断力を求め、さらに、変形を求めることにする。

13.2 複雑な梁の解析

13.2.1 片持ちで中央に支持点のある梁

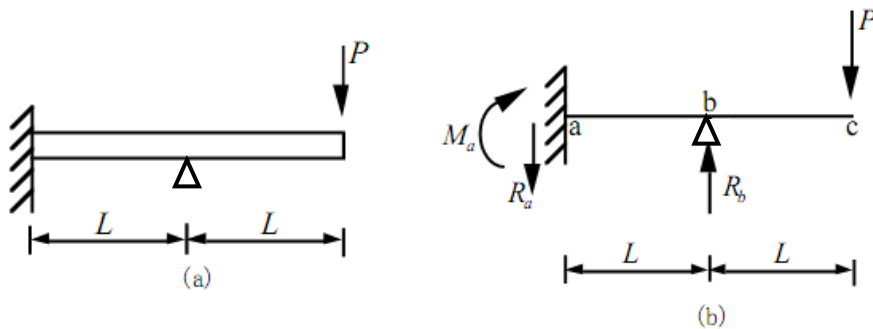


図 13-1 片持ちで中央に支持点のある梁

まず、b～c間の梁について考える。この部分は片持ち梁となっているので、断面力は図13-2に示す片持ち梁と同じとなる。図中のb点を原点とする座標系を用いると、曲げモーメントを表す関数は、

$$M(x) = -P(L - x) \quad \dots\dots(13.1)$$

また、反力  $M_b$  は、力の釣合より

$$M_b = PL \quad \dots\dots(13.2)$$

となる。従って、梁の微分方程式は

$$EI_z \frac{d^2 w_2}{dx^2} = P(L-x) \quad \dots\dots(13.3)$$

で与えられる。ここで、関数  $w_2(x)$  は  $b \sim c$  間の梁の変位を表す。上式を2回積分すると、次式が得られる。

$$EI_z \frac{dw_2}{dx} = P(Lx - \frac{x^2}{2}) + C_1 \quad \dots\dots(13.4)$$

$$EI_z w_2(x) = P(\frac{Lx^2}{2} - \frac{x^3}{6}) + C_1 x + C_2 \quad \dots\dots(13.5)$$

境界条件は、 $b$  点がピン支持であることから、

$$w_2(0) = 0 \quad \dots\dots(13.6)$$

$$\left. \frac{dw_2}{dx} \right|_{x=0} = \theta_b \quad \dots\dots(13.7)$$

ただし、式(13.7)の回転角  $\theta_b$  は、 $a \sim b$  間の梁の影響を受けるので、ここでは、値を決定できない。上記の境界条件を式(13.4)と(13.5)に適用すると、

$$EI_z w_2(0) = C_2 = 0 \quad \dots\dots(13.8)$$

$$\left. \frac{dw_2}{dx} \right|_{x=0} = \frac{C_1}{EI_z} = \theta_b \quad \dots\dots(13.9)$$

式(13.9)を整理すると、積分定数  $C_1$  は、

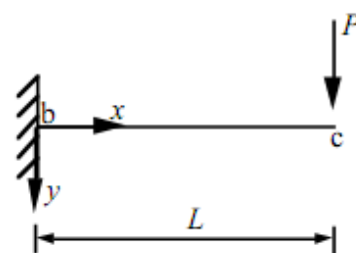
$$C_1 = EI_z \theta_b \quad \dots\dots(13.10)$$

となる。式(13.8)と式(13.10)を式(13.5)に代入すると、次のように変位が得られる。

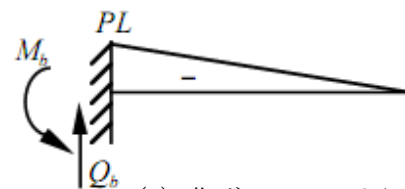
$$w_2(x) = \frac{PL^3}{6EI_z} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right\} + \theta_b \cdot x \quad \dots\dots(13.11)$$

次に、 $a \sim b$  間の梁について考えよう。この梁の  $a$  点を原点とする座標系を導入する。荷重として、図13-3に示すように、 $b \sim c$  梁の反力  $M_b$  が  $b$  点に加わることになる。ただし、梁の中間部に荷重がないことと、不静的梁であることから、梁の微分方程式は、

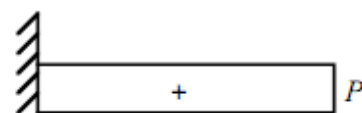
$$EI_z \frac{d^4 w_1}{dx^4} = 0 \quad \dots\dots(13.12)$$



(a) 座標系と荷重



(b) 曲げモーメント図



(c) せん断力図

図 13-2 片持ち梁の断面力図

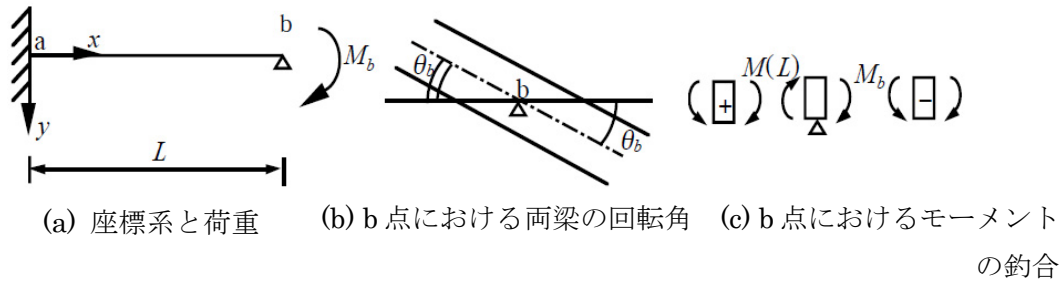


図 13-3 片持ち梁の座標系と節点での釣合

となる。ここで、 $w_1(x)$  は a ~ b 間の変位を表す。上式を 4 回積分すると、

$$EI_z \frac{d^2 w_1}{dx^2} = -M(x) = C_3 x + C_4 \quad \dots\dots(13.13)$$

$$EI_z w_1(x) = \frac{C_3 x^3}{6} + \frac{C_4 x^2}{2} + C_5 x + C_6 \quad \dots\dots(13.14)$$

として一般解が得られる。境界条件は、a 点が固定であることから、

$$EI_z w_1(0) = C_6 = 0 \quad \dots\dots(13.15)$$

$$EI_z \left. \frac{dw_1}{dx} \right|_{x=0} = C_5 = 0 \quad \dots\dots(13.16)$$

また、b 点における境界条件は、ピン支持であることから

$$EI_z w_1(L) = \frac{C_3 L^3}{6} + \frac{C_4 L^2}{2} = 0 \quad \dots\dots(13.17)$$

$$EI_z \left. \frac{dw_1}{dx} \right|_{x=L} = \frac{C_3 L^2}{2} + C_4 L = EI_z \theta_b \quad \dots\dots(13.18)$$

となるここで、式(13.18)の回転角  $\theta_b$  は、図13-3(b)に示すように、b ~ c 間の梁の b 点の回転角  $\theta_b$  と同じであり、現時点では未定である。そこで、他の境界条件として、b 点におけるモーメントの釣合を考える。図 13-3(c)に示すように、b 点でのモーメントの釣合は、

$$M(L) + M_b = 0; \quad M(L) = -M_b \quad \dots\dots(13.19)$$

上記の境界条件を式(13.13)に用いると、

$$EI_z \left. \frac{d^2 w_1}{dx^2} \right|_{x=L} = -M(L) = M_b$$

$$C_3 L + C_4 = M_b \quad \dots\dots(13.20)$$

として、積分定数を決定するための条件式が得られる。式(13.12)と式(13.20)を用いて、積分定数  $C_3, C_4$  が次のように得られる。

$$C_3 = \frac{3P}{2} \quad C_4 = -\frac{PL}{2} \quad \dots\dots(13.21)$$

決定した積分定数を用いると変位  $w_1(x)$  は、式 (13. 14) より

$$w_1(x) = \frac{PL^3}{4EI_z} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right) - 1 \right\} \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad \dots\dots(13.22)$$

また、回転角  $\theta_1(x)$  は、

$$\theta_1(x) = \frac{dw_1}{dx} = \frac{PL^2}{4EI_z} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right) - 2 \right\} \left(\frac{x}{L}\right) \quad \dots\dots(13.23)$$

となり、b 点の回転角  $\theta_b$  は、

$$\theta_b = \theta_1(L) = \frac{PL^2}{4EI_z} \quad \dots\dots(13.24)$$

として得られる。

次に、曲げモーメントは、式 (13. 13) と式 (13. 21) より

$$EI_z \frac{d^2 w_1}{dx^2} = -M(x) = \frac{PL}{2} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right) - 1 \right\}$$

$$M(x) = -\frac{PL}{2} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right) - 1 \right\} \quad \dots\dots(13.25)$$

また、せん断力は、

$$Q(x) = \frac{dM}{dx} = -\frac{3}{2}P \quad \dots\dots(13.26)$$

となる。これで、2つの部材の曲げモーメントとせん断力が全て決定した。これらを図13-4に示す。

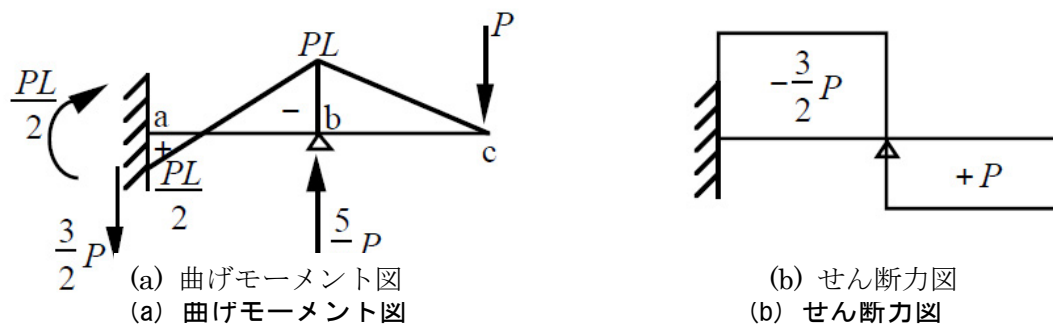


図 13-4 片持ちで中央に支持点のある梁の曲げモーメント図とせん断力図

反力も節点での力の釣合より図13-5のように得られる。求めた反力が正しいか否かを判断するため、荷重と反力の釣合を考えてみよう。上下方向の力の釣合は、図13-5に示すように容易に成立することが分かる。また、モーメントの釣合は、a点を中心とするモーメント  $M_a$  を計算すると、

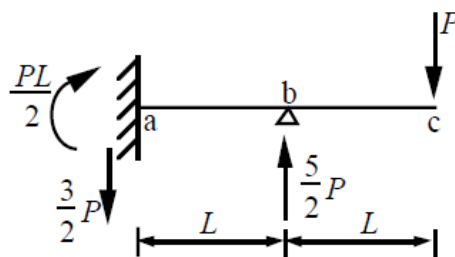


図 13-5 反力と荷重の釣合

$$M_a = \frac{PL}{2} - \frac{5}{2}P \cdot L + P \cdot 2L \rightarrow 0 \quad \dots\dots(13.27)$$

となり、成立する事が分かる。

先端cの変位  $\delta$  は、回転角  $\theta_b$  が式(13.24)として求められているので、式(13.11)から、

$$\delta = w_2(L) = \frac{PL^3}{3EI_z} + \frac{PL^3}{4EI_z} = \frac{7PL^3}{12EI_z} \quad \dots\dots(13.28)$$

となる。変位は、式(13.24)と式(13.11)を用いると、次のように得られる。

$$\begin{aligned} w_2(x) &= \frac{PL^3}{6EI_z} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right\} + \theta_b \cdot x \\ &= \frac{PL^3}{6EI_z} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - \left(\frac{x}{L}\right)^3 \right\} + \frac{PL^3}{4EI_z} \frac{x}{L} \end{aligned} \quad \dots\dots(13.29)$$

同じく、回転角の関数と先端の回転角は次式となる。

$$\begin{aligned} \theta_2(x) &= \frac{dw_2}{dx} = \frac{PL^2}{2EI_z} \left\{ 2\left(\frac{x}{L}\right) - \left(\frac{x}{L}\right)^2 \right\} + \frac{PL^2}{4EI_z} \\ \theta_2(L) &= \frac{3PL^2}{4EI_z} \end{aligned} \quad \dots\dots(13.30)$$

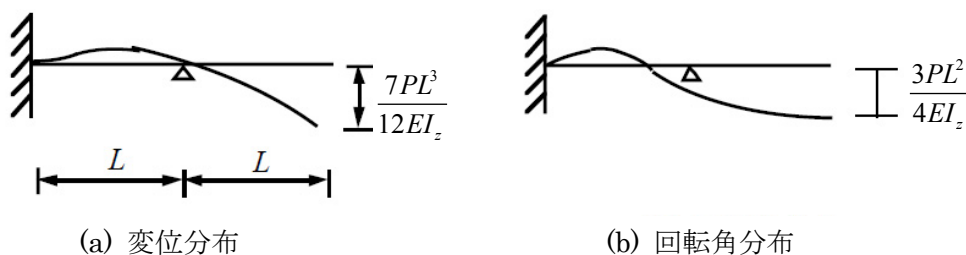


図 13-6 変位分布と回転角分布

13.2.2 ひじ型の骨組の解析

図13-7に示す骨組の断面力と変形を求めてみよう。骨組は静定構造物であることから、最初に力の釣合から断面力を求めることになる。静定構造物の応力解析は、最初に反力を求めることから始める。反力を図13-7のように仮定し、荷重との釣合よりその値を求める。

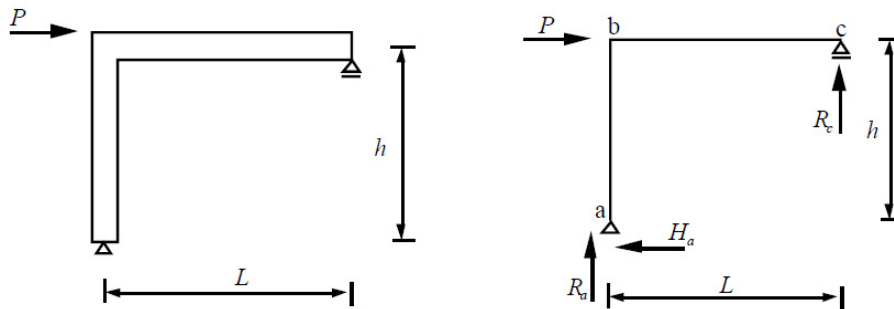


図 13-7 ひじ型の骨組

$$\left. \begin{aligned} R_a + R_c &= 0 \\ H_a &= P \end{aligned} \right\} \dots\dots (13.31)$$

また、a 点でのモーメントの釣合は、

$$Ph - R_c L = 0 \quad \dots\dots (13.32)$$

となり、反力  $R_c$  は、

$$R_c = \frac{h}{L} P \quad \dots\dots (13.33)$$

として得られる。次に、 $R_a$  は式(13.31)の上より、

$$R_a = -\frac{h}{L} P \quad \dots\dots (13.34)$$

図13-8 を参考にすると、a~b 間における x 点でのモーメントの釣合は、

$$-M(x) + H_a x = 0 \quad \dots\dots (13.35)$$

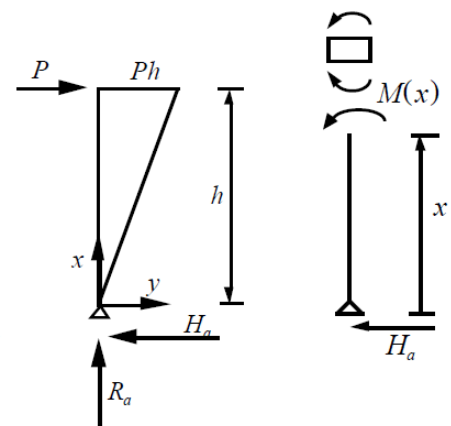


図 13-8 柱部分のモーメントの釣合

ただし、柱に生じる曲げモーメントは図に示す偶力を正とする。計算の結果、その値が正となる場合は仮定が正しく、また曲げモーメント図は、柱の右側を引張としたことから右側に描くことになる。逆にその値が負の場合、柱の左側に描く。上式より、x 点での曲げモーメントは、

$$M(x) = Px \quad \dots\dots (13.36)$$

となり、曲げモーメント図は、右側に描くことになる(図 13-8)。

次に、b~c間の梁において、図13-9(a)のように座標系をおき、b 点より x の位置でのモーメントの釣合は以下のようなになる。

$$-M(x) + H_a h + R_a x = 0 \quad \dots\dots(13.37)$$

上式を整理すると、b~c間の梁の曲げモーメントを表す関数は、

$$M(x) = Ph - \frac{Ph}{L}x \quad \dots\dots(13.38)$$

となる。

部材の断面力と反力との力の釣合、及び、節点での力の釣合を考えることによって、曲げモーメント、せん断力、軸力を求め、図13-9(b)にそれらを示す。

次に、骨組の変形を求めてみよう。梁の微分方程式は、曲げモーメント分布が分かっていることから、a~b間の柱とb~c間の梁に対して、各々、

$$EI_{z1} \frac{d^2 w_1}{dx^2} = -Px \quad (a \sim b \text{ 間}) \quad \dots\dots(13.39)$$

$$EI_{z2} \frac{d^2 w_2}{dx^2} = \frac{Ph}{L}x - Ph \quad (b \sim c \text{ 間}) \quad \dots\dots(13.40)$$

となる。ただし、部材の曲げ剛性は、柱では  $EI_{z1}$  で、梁では  $EI_{z2}$  とする。また、座標系は図13-8と図13-9(a)に示されており、各々の変位として、柱  $w_1$  は、梁は  $w_2$  とする。上式を2回積分すると変位が次のように得られる。

$$EI_{z1} w_1(x) = -\frac{Px^3}{6} + C_1 x + C_2 \quad \dots\dots(13.41)$$

$$EI_{z2} w_2(x) = \frac{Ph}{6L}x^3 - \frac{Ph}{2}x^2 + C_3 x + C_4 \quad \dots\dots(13.42)$$

最初に、b~c間の梁について考える。境界条件としては、a~b間の柱が伸縮しないとすると、b 点は上下に変位しないこと、また、c 点は、ローラー支持であるため上下に変位をしないことより、次の境界条件が得

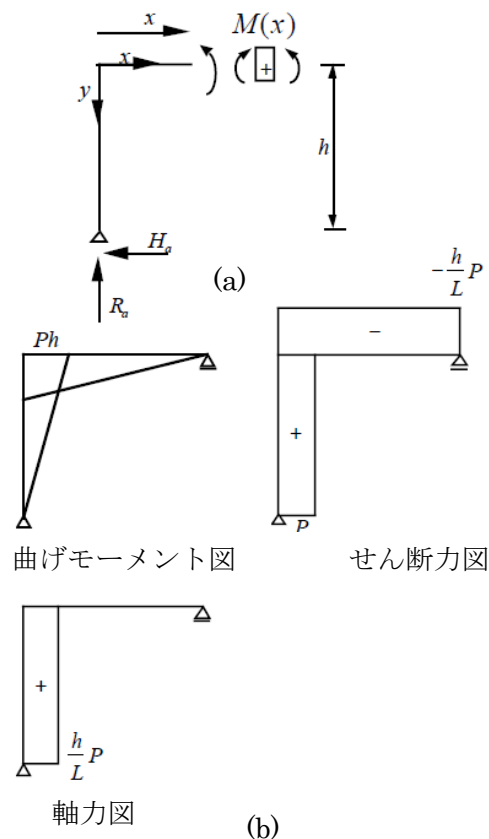


図 13-9 梁部分のモーメントの釣合

られる。

$$EI_{z2}w(0) = C_4 = 0 \quad \dots\dots(13.43)$$

$$EI_{z2}w(L) = \frac{PhL^3}{6L} - \frac{PhL^2}{2} + C_3L = 0 \quad \dots\dots(13.44)$$

上式より、積分定数  $C_3$  は、

$$C_3 = -\frac{PhL^2}{6} + \frac{PhL}{2} = \frac{PhL}{3} \quad \dots\dots(13.45)$$

となる。得られた積分定数より、式(13.42)の変位  $w_2(x)$  は、

$$w_2(x) = \frac{PhL^2}{6EI_{z2}} \left\{ \left(\frac{x}{L}\right)^3 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right) \right\} \quad \dots\dots(13.46)$$

また、回転角  $\theta_2(x)$  は上式を微分することによって、

$$\theta_2(x) = \frac{dw_2}{dx} = \frac{PhL}{6EI_{z2}} \left\{ 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 6\left(\frac{x}{L}\right) + 2 \right\} \quad \dots\dots(13.47)$$

ここで、 $b$  点における梁の回転角  $\theta_b$  は、

$$\theta_2(0) = \theta_b = \frac{PhL}{3EI_{z2}} \quad \dots\dots(13.48)$$

となる。

次に、 $a \sim b$  間の柱について解析を行う。境界条件としては、 $a$  点はピン支持であることより

$$EI_{z1}w_1(0) = C_2 = 0 \quad \dots\dots(13.49)$$

となるが、 $b$  点では水平変位が生じる。この水平方向変位  $\delta$  は、式(13.41)より

$$\delta = w_1(h) = \frac{h}{EI_{z1}} \left( -\frac{Ph^2}{6} + C_1 \right) \quad \dots\dots(13.50)$$

として与えられる。他の境界条件として、 $b$  点での回転角  $\theta_b$  を用いる。図13-10に示すように、 $b$  点で梁と柱は90度の角度で剛接しており、変形後もこの角度が保たれる。このため、梁の回転角と柱の回転角は等しい。 $b$  点における柱の回転角  $\theta_b$  は、

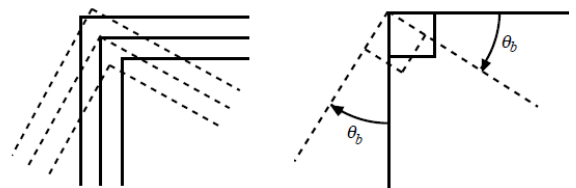


図13-10 柱と梁の接合部の変形



$$\left. \frac{dw_1}{dx} \right|_{x=h} = \frac{1}{EI_{z1}} \left( -\frac{Ph^2}{2} + C_1 \right) = \theta_b \quad \dots\dots(13.51)$$

となり、上式と式(13.48)を等しいと置くと

$$\theta_b = \frac{PhL}{3EI_{z1}} = \frac{1}{EI_{z1}} \left( -\frac{Ph^2}{2} + C_1 \right) \quad \dots\dots(13.52)$$

となる。上式より積分定数  $C_1$  は、

$$C_1 = \frac{I_{z1}}{3I_{z2}} PhL + \frac{Ph^2}{2} \quad \dots\dots(13.53)$$

得られた積分定数を式(13.41)に代入すると、変位  $w_1(x)$  が次のように得られる。

$$w_1(x) = \frac{Ph^3}{6EI_{z1}} \left( -\left(\frac{x}{h}\right)^3 + 2\frac{I_{z1}}{I_{z2}} \left(\frac{L}{h}\right) \left(\frac{x}{h}\right) + 3\left(\frac{x}{h}\right) \right) \quad \dots\dots(13.54)$$

回転角は、上式を微分することによって、

$$\theta_1(x) = \frac{dw_1}{dx} = \frac{Ph^2}{6EI_{z1}} \left( -3\left(\frac{x}{h}\right)^2 + 2\frac{I_{z1}}{I_{z2}} \left(\frac{L}{h}\right) + 3 \right) \quad \dots\dots(13.55)$$

また、 $b$  点での水平変位  $\delta$  は、式(13.54)より、

$$\delta = w_1(h) = \frac{Ph^2}{3E} \left( \frac{h}{I_{z1}} + \frac{L}{I_{z2}} \right) \quad \dots\dots(13.56)$$

として得られる。ここで、柱と梁の曲げ剛性を次のように  $K_1, K_2$  で表し、

$$K_1 = \frac{2EI_{z1}}{h}; \quad K_2 = \frac{2EI_{z2}}{L} \quad \dots\dots(13.57)$$

とすると、水平変位  $\delta$  は次式で与えられる。これで骨組の変形状態は全て求められた。その骨組の変形を図 13-11 に示す。

$$\delta = \frac{2Ph^2}{3} \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) \quad \dots\dots(13.58)$$

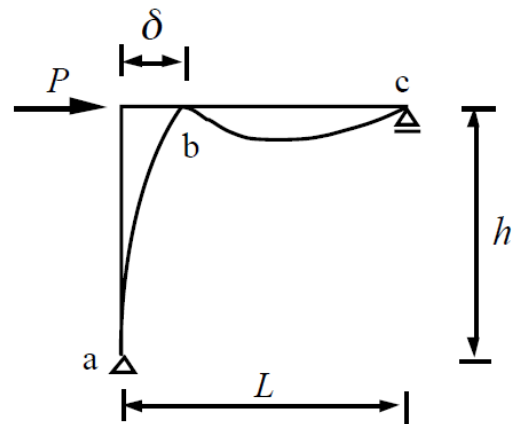


図 13-11 骨組の変形と回転角

13.3 課題

本章の課題は、例題で示した2つの少し複雑な梁をSPACEで数値解析し、例題の解析結果と比較し、それらの値を検証することである。

解析モデルは、図13-12に示す中央支持点を有する片持ち梁と図13-13に示すひじ型の骨組である。ここで使用する断面は、鉄骨のSS400で、ヤング係数は  $E = 20500kN/cm^2$  である。使用断面は、H型断面で H-400x200x8x13 とする。

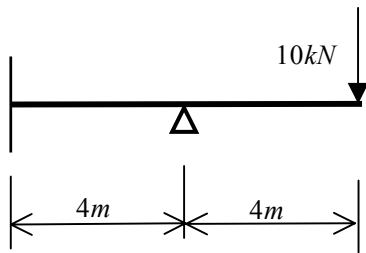


図 13-12 課題 1 の解析モデル

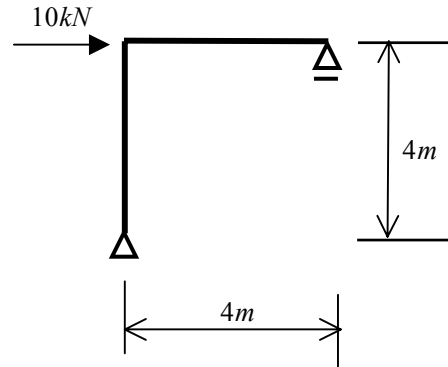


図 13-13 課題 2 の解析モデル

例題の解析結果を利用して、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を以下のように求めておこう。

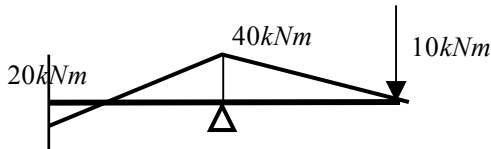


図 13-14a 曲げモーメント図

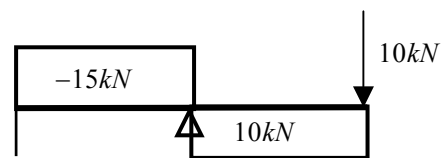


図 13-14b せん断力図

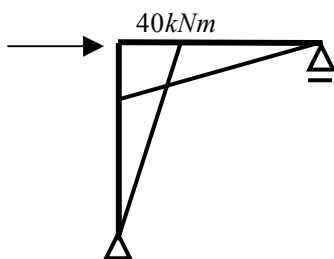


図 13-15a 曲げモーメント図

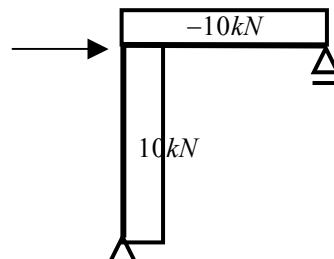


図 13-15b せん断力図

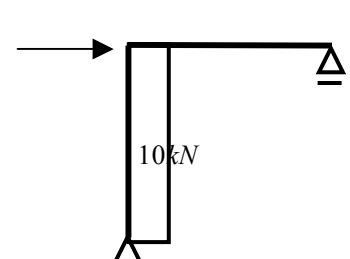


図 13-15c 軸力図

H型断面の断面性能：

$$A = 20 \cdot 40 - (20 - 0.8)(40 - 2 \cdot 1.3) = 81.9 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{20 \cdot 40^3 - (20 - 0.8)(40 - 2 \cdot 1.3)^3}{12} = 22964.9 \text{ cm}^4$$

$$Z = \frac{22964.9}{20} = 1148.2 \text{ cm}^3$$

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

両課題の断面内に生じる最大応力は、以下のように与えられる。

課題1：梁中央の支持点（断面上側：引張応力、下側：圧縮応力）

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z} = \frac{4000}{1148.2} = 3.48 \text{ kN/cm}^2 \quad \dots\dots(13.59)$$

課題2：梁では、柱との接合部近辺で、圧縮側、引張側共に

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{Z} = \frac{4000}{1148.2} = 3.48 \text{ kN/cm}^2$$

柱では、柱頭で（上が断面内側に発生する引張応力、下が断面外側に生じる圧縮応力）

$$\sigma_{t,\max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{Z} = \frac{10}{81.9} + \frac{4000}{1148.2} = 3.60 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{c,\max} = \frac{N}{A} - \frac{M}{Z} = \frac{10}{81.9} - \frac{4000}{1148.2} = -3.36 \text{ kN/cm}^2$$

課題1の最大たわみは、片持ち梁先端に生じる。

$$w_{\max} = \frac{7PL^3}{12EI_z} = \frac{7 \cdot 10 \cdot 400^3}{12 \cdot 20500 \cdot 22964.9} = 0.793 \text{ cm} \quad \dots\dots(13.60)$$

課題2の水平変位 $\delta$ は、式(13.58)より、

$$K_1 = K_2 = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 22964.9}{400} = 2353902$$

$$\delta = \frac{2Ph^2}{3} \left( \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) = \frac{2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 400^2}{3 \cdot 2353902} = 0.906 \text{ cm} \quad \dots\dots(13.61)$$

SPACE のモデラーを用いて、上記の2課題の解析モデルをコンピュータ内に作成する。この2つの課題に対する解析モデルを、「演習解析モデル」-「第13章」フォルダ内の「課題1」、課題2」フォルダ中に各々作成する。

モデラーを起動し、初期データ設定ウィザードによって、まず、骨組

### 13.4 モデラーで 解析モデルを作成 する

みの形状を設定する。  
ここでは、平面骨組を選択し、次に、図 13-14 に示される通り芯の設定ダイアログで、スパン長を入力する。

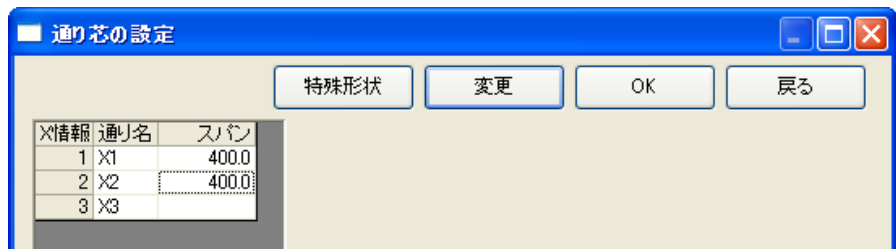


図 13-14 スパン長の設定



図 13-15 使用材料と部材モデルの選択

使用する梁要素の設定では、まず、図 13-15 のダイアログで使用材料と部材モデルを選択する。ここでは、鉄骨断面を使用するため、

材料は SS400 とし、また、両端ファイバーモデルとする。

解析に使用する断面は、H 型断面で H-400x200x8x13 とする。解析モデルの作成方は、第 3 章を参照し、練習として自ら作成されたい。

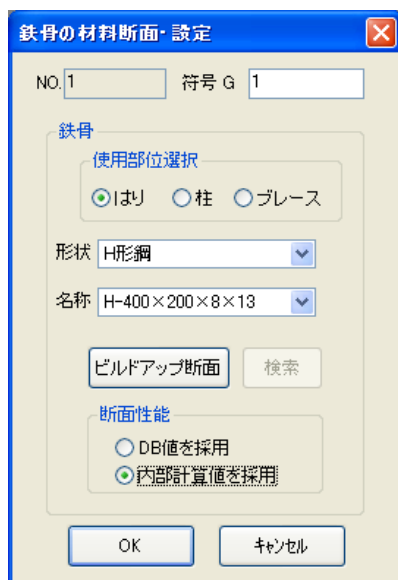


図 13-16 鉄骨 H 型断面の設定

CAD によって、作成した課題 1 の解析モデルが図 13-17 に示されている。梁は 4 分割されており、左端部と中央部にピン支持点がある。荷重は右端部に集中荷重として加えられている。

図 13-17 課題 1 の解析モデル

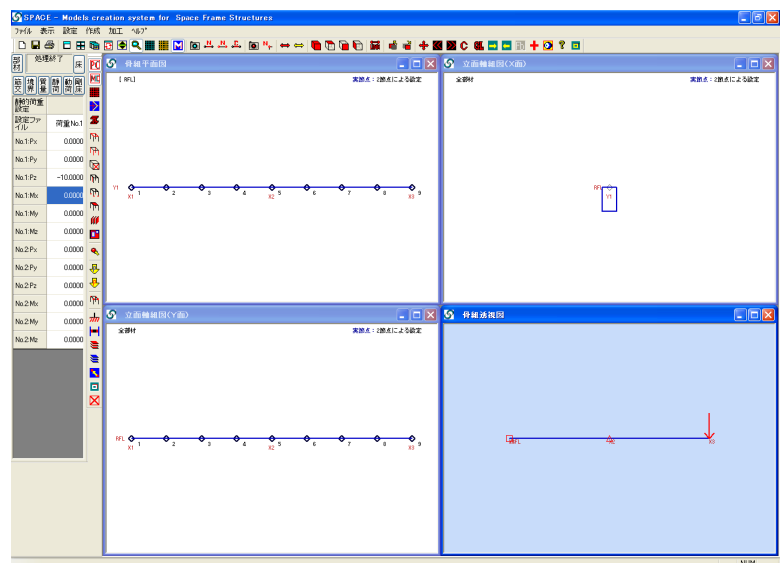


図 13-18 には、断面の特性が表示されており、解析的に求めた値と一致している。

要素データ変更													
要素データ		材端データ		断面変更								OK	キ
要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	せん断弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	z軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸回りのせん断断面積 (cm <sup>2</sup> )	z軸回りのせん断断面積 (cm <sup>2</sup> )		
1	有効	G1	11	20500.0000	7900.0000	81.92000	35.67627	22964.86914	1734.92908	81.92000	81.92000		

図 13-18 課題 1 で用いる断面の特性

解析モデルが完成した後、図 13-19 に示すダイアログでデータを各ファイルに出力する。

モデラーを閉じた後、静的ソルバーを用いて、線形解析を実施する。その際、図 13-20 で示すダイアログで、せん断変形を考慮しないようにチェックマークを入れる。

解析結果を検証するために、メニューの「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択すると、図 13-21 のように、解析経過が表示される。図 13-20 の丸で示した「SOUTPUT」に応力出力の項で、「出力」にチェックを入れることで、断面力が出力される。このファイルの最後に、10 ステップ目の断面力が表示されており、

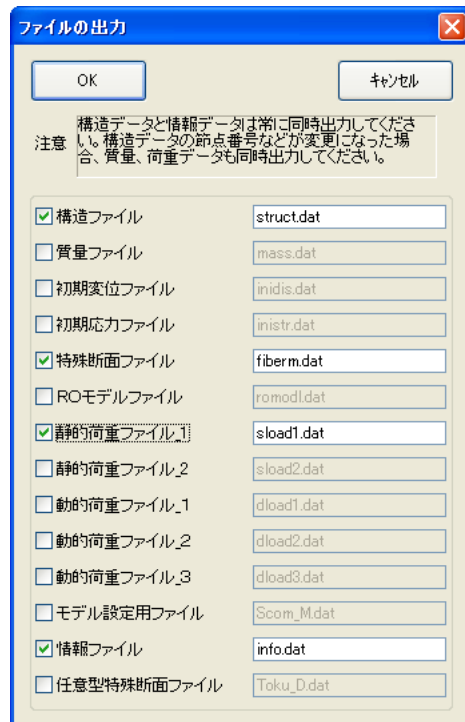


図 13-19 解析モデルのファイルへの出力

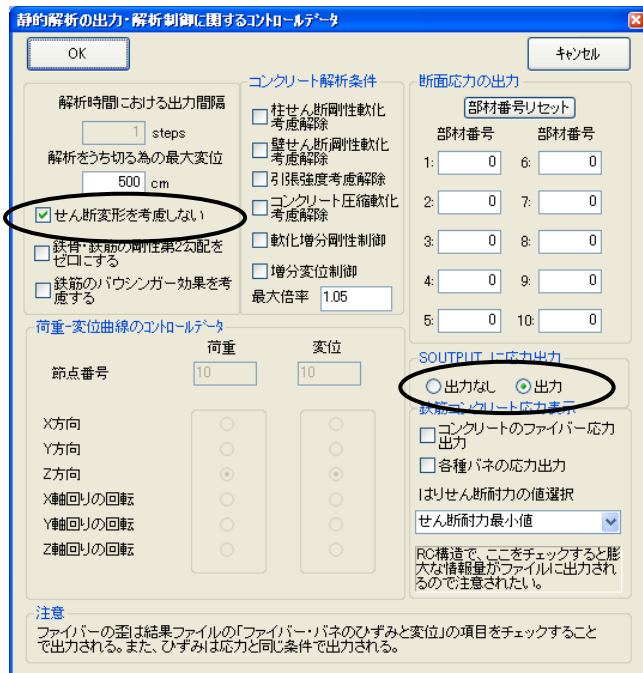


図 13-20 せん断変形を考慮しない解析

図 13-21 に示すように部材の中央では、曲げモーメントが 4000kNcm となっており、解析結果と一致する。

プレゼンターで解析結果を分析する。図 13-22 には、せん断力図と曲げモーメント図が描かれている。解析結果と同一の断面力

図が得られている。

Divided step number: 10		-----						
Unstable number: 0								
部材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz	
1	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	15.0000 15.0000	0.0000 0.0000	-1999.9811 -499.9858	0.0000 0.0000	
2	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	15.0000 15.0000	0.0000 0.0000	-499.9858 1000.0095	0.0000 0.0000	
3	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	15.0000 15.0000	0.0000 0.0000	1000.0095 2500.0047	0.0000 0.0000	
4	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	15.0000 15.0000	0.0000 0.0000	2500.0047 4000.0000	0.0000 0.0000	
5	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	-10.0000 -10.0000	0.0000 0.0000	4000.0000 3000.0000	0.0000 0.0000	
6	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	-10.0000 -10.0000	0.0000 0.0000	3000.0000 2000.0000	0.0000 0.0000	
7	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	-10.0000 -10.0000	0.0000 0.0000	2000.0000 1000.0000	0.0000 0.0000	
8	11	0.0000 0.0000	0.0000 0.0000	-10.0000 -10.0000	0.0000 0.0000	1000.0000 0.0000	0.0000 0.0000	

Step number : 10 //// Load S1 1.000 Load S2 0.000 Max. disp.(No. node: 9) : 0.7931

図 13-21 Soutput ファイルの内容表示 (断面力の表示)

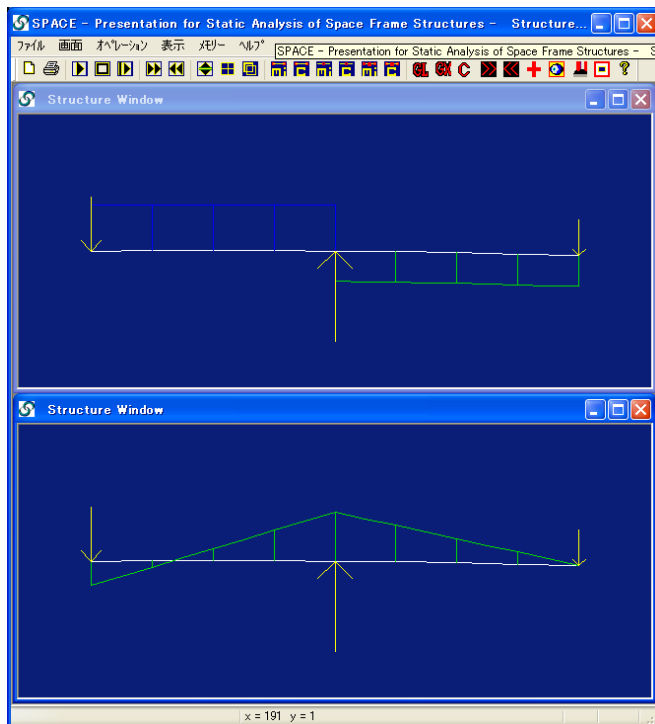


図 13-22 プレゼンターによる断面力の表示 (上：せん断力図、下：曲げモーメント図)



図 13-23 梁先端の節点情報によるたわみ

図 9-22 で、Ctrl キーを押しながら、梁の先端をマウス右ボタンでクリックする。この操作で、図 9-23 には、梁先端の節点情報が表示され、梁先端の変位は、

$\delta = 0.793\text{cm}$  として得られており、解析結果である式(13.60)と同じ値となっている。

次に、課題 2 の解析モデルを作成しよう。このモデルは練習問題として読者自ら作成されたい。ここでは、作成過程で大切な部分のみ、

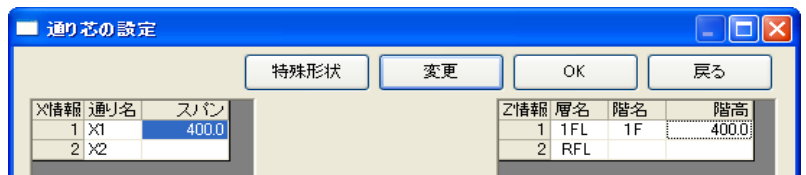
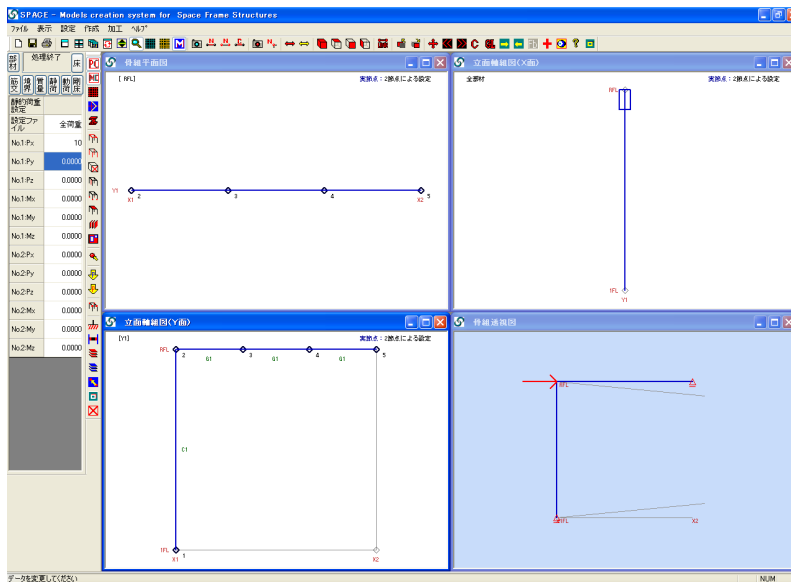


図 13-24 スパン長の設定



ダイアログなどの図で示す。

図 13-25 課題 2 の解析モデル

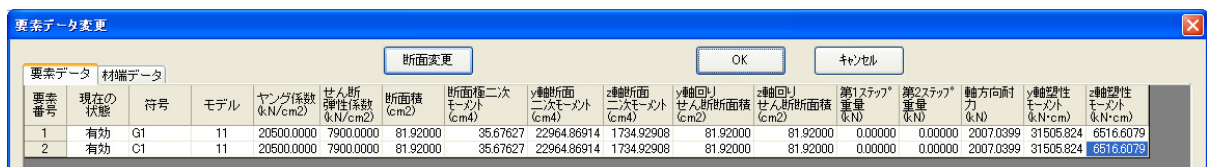


図 13-26 課題 2 で用いている断面の特性

この解析モデルは高さ 4 m で、スパンも 4 m である。

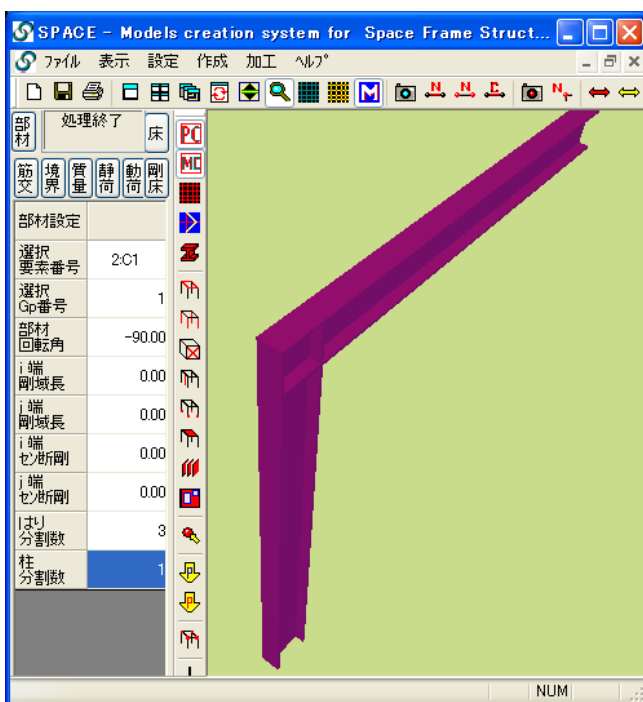


図 13-27 課題 2 の解析モデルのソリッド表示

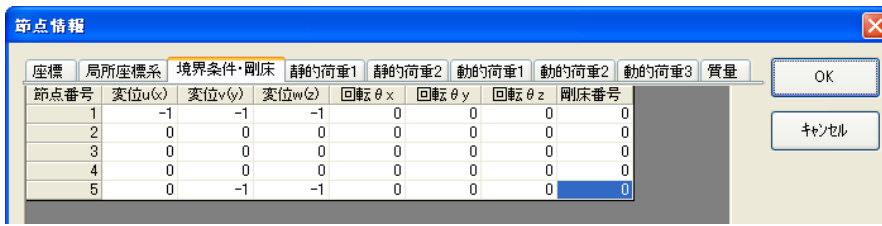


図 13-28 解析モデルの境界条件



図 13-29 節点情報を用いて節点荷重をチェック

課題 1 と同様に、解析モデルが完成した後、線形解析を実施する。その際、図 13-20 で示すダイアログで、せん断変形を考慮しないようにチェックマークを入れる。

解析結果を検証するために、メニューの「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択すると、図 13-30 のように、解析経過が表示される。断面力は、図 13-20 の丸で示した「SOUTPUT」に応力出力の項で、「出力」にチェックを入れることで出力される。このファイルの最後に、10 ステップ目の断面力が表示されており、図 13-15 の断面力と一致している。ただし、断面曲げモーメントが解析解に比較して、ほんのわずか小さいがこれは、解析では部材の伸縮は無視しているが、SPACE では考慮していることによる。

```

Divided step number: 10 -----
Unstable number: 0
部材番号 部材モデル      Nx      Qy      Qz      Mx      My      Mz
1      11      10.0000  0.0000 -9.9999  0.0000  0.0000  0.0000
      11      10.0000  0.0000 -9.9999  0.0000 -3999.9665  0.0000
2      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000 -3999.9665  0.0000
      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000 -2666.6776  0.0000
3      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000 -2666.6776  0.0000
      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000 -1333.2888  0.0000
4      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000 -1333.2888  0.0000
      11      0.0000  0.0000  9.9999  0.0000  0.0000  0.0000

Step number: 10 //// Load S1      1.000 Load S2      0.000 Max. disp.(No. node: 2 ): 0.9088
    
```

図 13-30 Soutput ファイルの内容表示 (断面力の表示)



プレゼンターで解析結果を分析する。図 13-31 には、せん断力図と曲げモーメント図が描かれている。解析結果と同一の断面力図が得られている。

図 9-31 で、Ctrl キーを押しながら、梁と柱の接合部付近をマウス右ボタンでクリックする。この操作で、図 9-32 には、梁先端の節点情報が表示されている。同図の丸で示しているように、梁先端の変位は、 $\delta = 0.909\text{cm}$  として得られており、解析結果である式(13.61)とほぼ同じ値となっている。両者の値にわずかな差異が見られるが、これも、断面力と同様に、部材の伸縮を考慮しているか否かの相違による。

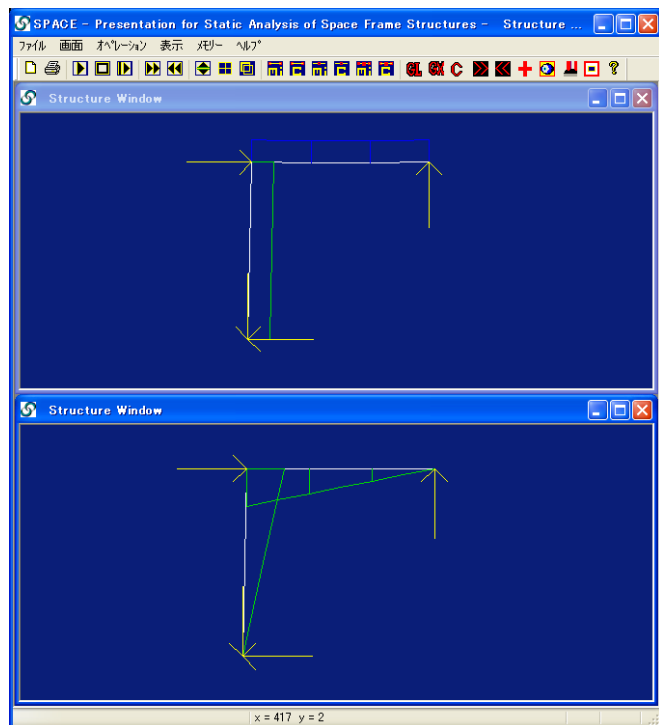


図 13-31 プレゼンターによる断面力の表示 (上：せん断力図、下：曲げモーメント図) 表示



図 13-32 柱頭の水平方向変位を節点情報から読み取る

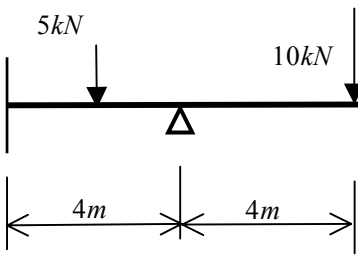
本章では、今までに学んだ知識を利用して、少し複雑な梁を解析した。微分方程式を用いる方法は、梁や単純な骨組の原理を本質的に理解するには非常に有用である。ただし、複雑な構造物の解析を行うには、あまりにも複雑となり、解析が困難となる。そこで、手計算ではたわみ角法や固定法が利用されることになる。

また、SPACE を用いて、例題で解析した骨組を数値解析し、その結果を解析解と比較した。

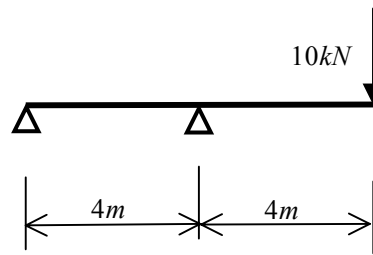
13.5 まとめ

13.6 問題

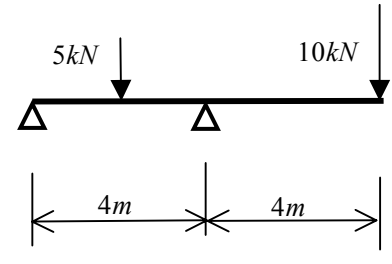
問 13-1 次に示す静定骨組を、SPACE を用いて応力解析（線形解析）を実行しなさい。また、解析的に解を求め、その結果と比較しなさい。ここで使用する部材は鉄骨の SS400 で、ヤング係数は  $E = 20500kN/cm^2$  であり、使用断面は H-400x200x8x13 とする。



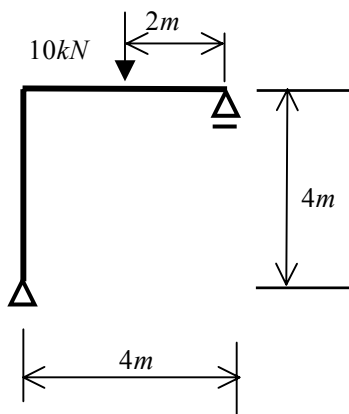
問 13-1



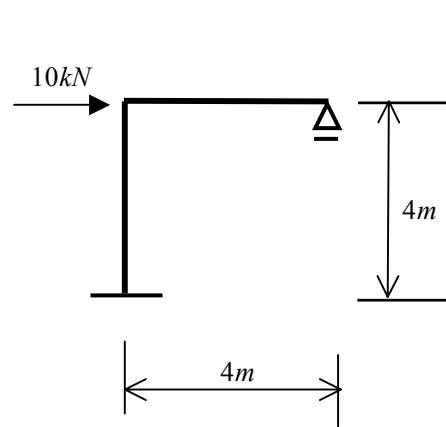
問 13-2



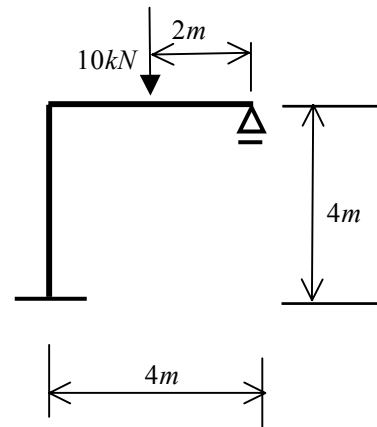
問 13-3



問 13-4



問 13-5



問 13-6