



第2章 応力とひずみ

ポイント：材料の応力とひずみの関係を知る  
断面内の応力とひずみ

本章では、建築構造で多く用いられる材料の力学的特性について学ぶ。最初に、応力とひずみの関係、次に弾性と塑性、また、弾性範囲における縦弾性係数（ヤング係数）について、建築構造用材料として代表的な鋼を例にして解説する。さらに、梁理論で使用される軸方向応力と軸方向ひずみ、あるいは、せん断応力とせん断ひずみについて、さらにポアソン比についても説明する。これらは、構造力学を学ぶ上で最も大切な基礎知識となる。

2.1 はじめに

断面内に生じる力を、応力あるいは応力度という。応力と応力度、この言葉の使い分けは、本によって異なっている。この本では、部材内に生じる力を応力、また、それらの集合である軸力、曲げモーメントなどを総称して断面力と呼ぶ。

キーワード

応力とひずみの関係、ヤング係数、軸方向応力、軸方向ひずみ、せん断応力、せん断ひずみ、ポアソン比

ここでは、建築構造の材料として良く使用される鋼、コンクリート、木材の力学的な性質を見ていこう。下図は、構造用鋼材から切り出した試験片に、引張力を加えた場合のひずみ $\epsilon$ と応力 $\sigma$ の関係を示す。

2.2 材料と力

2.2.1 軸方向応力と軸方向ひずみ

P:引張力 L:長さ u:変位  
A:断面積

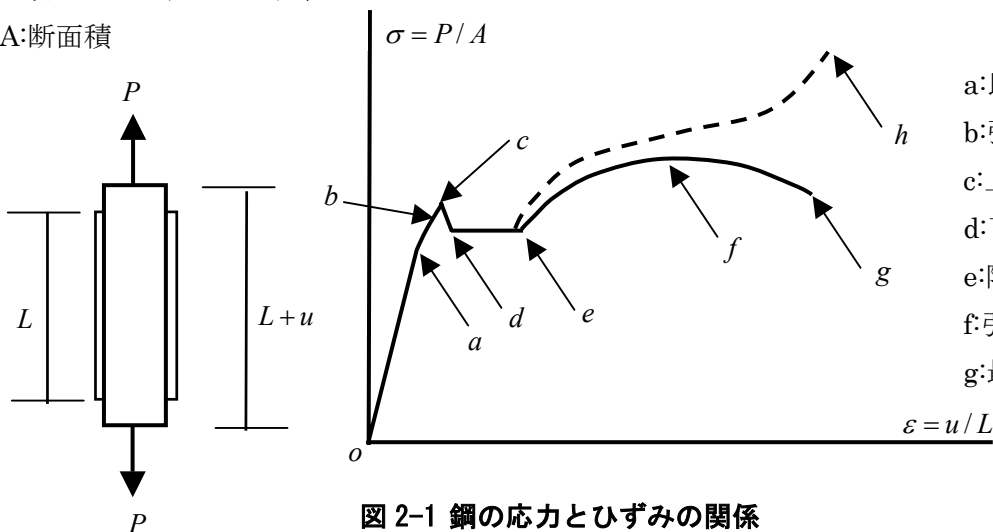


図 2-1 鋼の応力とひずみの関係

図中の応力は、引張力  $P$  を材の断面積  $A$  で割って

$$\sigma = P / A \quad \dots\dots(2.1)$$

として求められる。すなわち、応力は単位面積当たりの力の単位 ( $kN/cm^2, N/mm^2$ ) を有する。一方、ひずみは、測定区間の伸び (変形量  $u$ ) を測定区間  $L$  で割り、

$$\varepsilon = u / L \quad \dots\dots(2.2)$$

として求められる。ひずみの単位は、長さを長さの単位で割ったため、単位のない値、つまり、無次元量である。

図2-1は、鋼に関する応力とひずみの関係を表している。応力が小さい間は、応力とひずみは比例関係を示し、図中の点  $a$  が比例限界となる。従って、区間  $0-a$  は下記の比例関係が成立する。

$$\sigma = E\varepsilon \quad \dots\dots(2.3)$$

ここで、比例定数  $E$  は、縦弾性係数あるいはヤング係数と呼ばれ、材料固有の値である。その単位は、応力と同じで、単位面積当たりの力の単位 ( $kN/cm^2, N/mm^2$ ) である。ここでは、代表的な建築材料に関するヤング係数を以下に示す。

$$\left. \begin{array}{l} \text{構造用鋼材 : } 20500 \text{ } kN/cm^2 \\ \text{コンクリート : } 2468 \text{ } kN/cm^2 \text{ (おおよそ鋼の1/10)} \\ \text{木材 : } 700 \sim 1000 \text{ } kN/cm^2 \end{array} \right\} \dots\dots(2.4)$$

ヤング係数は、応力とひずみの関係を示す図2-1で、直線  $o-a$  の勾配となる。同図の点  $b$  は弾性限界であり、この点までは荷重を除荷した場合、ひずみが元の点  $o$  に戻る。実用的には点  $a$  と  $b$  は同一と考えても良い。点  $c$  は上降伏点 (または、降伏点) と呼ばれ、この点を越えるとひずみが進行するが、逆に応力は減少する。ただし、荷重の載荷速度が遅い場合には、この上降伏点が明確に現れず、次の下降伏点に進む。

点  $d$  は下降伏点と呼ばれ、この点から降伏の終了を示す点  $e$  まで、応力は一定のまま、ひずみが進行する。この区間  $d$  から  $e$  までを降伏棚と呼ぶ。点  $e$  から、応力は再び上昇するが、この現象はひずみ硬化と呼ばれる。

点  $f$  は最大応力を示し、この値を引っ張り強さという。この後は、ひずみが進行するに従って応力は低下し、最終的に点  $g$  で断面は破断する。実際は、降伏後に断面積が減少していくため、この減少した断面積を用

いて応力を計算すると、図中の破線のように点eから破断点間の曲線(点eよりfまで)では、応力の上昇を示しつつ、ひずみは進行することになる。

応力とひずみの関係は、図2-2に示すように二つの領域、弾性範囲と塑性範囲に分けられる。荷重が除去された際、図2-3(a)のようにひずみがゼロとなる弾性範囲と同図(b)のようにひずみが元の状態に戻らず、応力がゼロの場合でも塑性ひずみが残る範囲である。

鋼が圧縮力を受けた場合、応力とひずみの関係は引張力を受けた場合とほぼ同一となるが、塑性後の挙動は、引張力を受けた場合と逆で、断面積が増大するため、引張力と同等以上の荷重を受けることが可能となる。ヤング係数と降伏点強度は引張の場合と同一として応力解析が行われる。鋼構造の設計における強度は、降伏点強度の下限值と引張強さの下限值の0.7倍とを比較し、小さいほうの値を基準値(F値)として定められている。ただし、圧縮破壊を生じる

前に、材軸と直交する方向に曲がって大きな変形を起こす座屈現象が生じることが多く、この座屈に対する検討を別に行う必要がある。

次に、コンクリートに圧縮力を加えた場合について述べる。コンクリートに圧縮力を加えると図2-4に示す応力とひずみの関係が得られる。コンクリートの応力とひずみの関係は比例領域が少なく、鋼のように明確な降伏を示さない。また、この曲線はコンクリート強度や荷重を載荷する速度にも左右され、少し変化する。コンクリート強度は、通常、打設後28日目(4週強度)で測定される。一般に、弾性範囲は最大圧縮強度の1/3程度とし、その値を用いて構造計算が行われる。打設後1週間を経過した時点では、圧縮強度は、4週強度の70%程度、打設後5年経過時点では4週強度より20%程度増加することが報告されている。

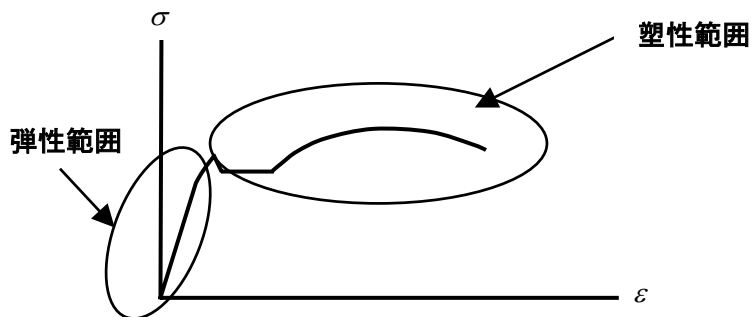
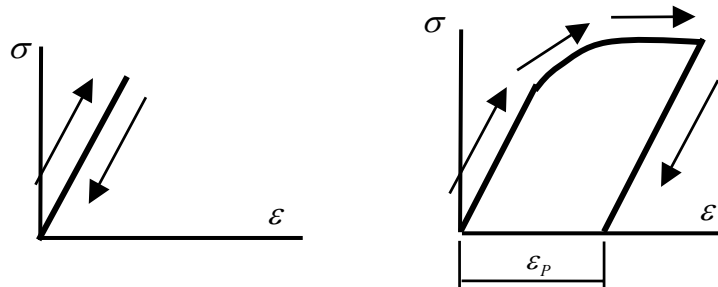


図 2-2 弾性範囲と塑性範囲

弾性：荷重を除去した場合、ひずみが完全に元に戻る性質をいう。

塑性：外力を除去した場合、ひずみが元に戻らない性質をいう。  
塑性ひずみ  $\epsilon_p$ ：荷重除去後、残ったひずみを塑性ひずみ  $\epsilon_p$  という。



(a) 弾性ひずみ履歴

(b) 弾塑性ひずみ履歴

図 2-3 弾性ひずみと塑性ひずみ

コンクリートがせん断力を受けた場合、その耐力は圧縮強度の1/10程度となり、また引張力を受けた場合はせん断強度の0.5から0.7倍程度の応力で破壊する。従って、引っ張り力では、コンクリートの引張力耐力は期待せず、全て鉄筋で負担するものとしている。鉄筋コンクリート部材に曲げモーメントが発生した場合、断面内の片側は圧縮応力に、また、他の片側は引張応力となる。そのため、圧縮側ではコンクリートと鉄筋が共同で抵抗し、引張側では鉄筋のみで抵抗するとして構造設計を行うことになる。

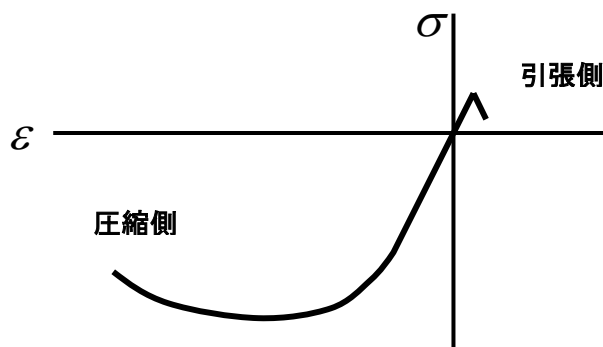


図2-4 コンクリートの応力とひずみの関係

次に、木材の力学的性質を考えてみよう。木材の材料特性には、方向性があり、また、節や割れなどの欠陥がある。繊維方向とこれに直交する方向とでは、強度が異なる。通常長期に渡って荷重を受ける場合を対象とした長期荷重時では、からまつやひのきで繊維方向の圧縮強度は3.52kN/cm<sup>2</sup>である。この値を1とすると、引張は80%弱、せん断は10%の許容応力が与えられている。また、繊維と直交方向のめり込み応力は、20%以下に設定されている。この値は、材中間部より材端で、乾燥状態より湿潤状態において大きく低減されるようになっている。

近年、集成材の技術が進歩し、大断面の部材等も出現して、大スパン構造の施工も可能となってきた。集成材は、節による材料のばらつきや、材の方向性の問題などが解決され、信頼性の高い建築構造材料として期待されている。

2.3.2 せん断応力とせん断ひずみ及びポアソン比

せん断応力 $\tau$ とせん断ひずみ $\gamma$ の関係は、弾性範囲において、せん断弾性係数 $G$ を比例定数として、次式が成立する。

$$\tau = G\gamma \quad \dots\dots(2.5)$$

なお、せん断弾性係数 $G$ は、ヤング係数 $E$ とポアソン比 $\nu$ を用いて、

$$G = E / (2(1 + \nu)) \quad \dots\dots(2.6)$$

として表すことができる。そのため、せん断弾性係数はヤング係数とポアソン比が決定されると自動的に決まる値であり、

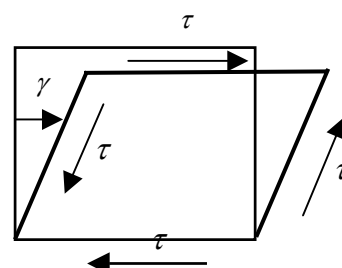


図2-5 せん断応力とせん断ひずみ

他の2つのパラメタとは独立に、決めることができない値である。

ポアソン比 $\nu$ は、長さ方向の単位長さ当たりの伸びに対する、横方向の単位長さ当たりの縮みとの比である。すなわち、材軸方向に引っ張り力を与えた場合、これと直交方向に材が縮む割合である。一方、材軸方向に圧縮力を加えた場合、これと直交方向に膨らむ割合を示す量でもある。このポアソン比は、材料により固有の値を持ち、代表的な値を下に示す。

$$\left. \begin{array}{l} \text{鋼} : \nu = 0.3(0.25 \sim 0.33) \\ \text{コンクリート} : \nu = 0.17(0.15 \sim 0.20) \\ \text{弾性ゴム} : \nu = 0.46 \sim 0.49 \end{array} \right\} \dots\dots(2.7)$$

なお、ポアソン比の逆数をポアソン数と呼ぶ。

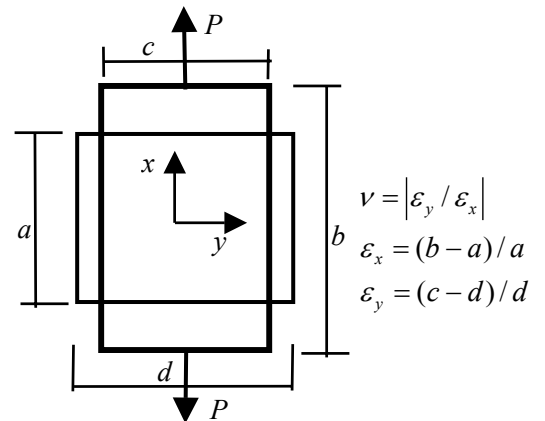


図 2-6 ポアソン比

### 2.3.3 柱の軸剛性

本節では、図2-7のように柱を引張力 $P$ で引っ張った場合について考えてみよう。柱の材軸方向応力 $\sigma$ は、荷重 $P$ を柱の断面積 $A$ で割ることによって以下のように得られる。

$$\sigma = P/A \quad \dots\dots(2.8)$$

また、柱のひずみは、式(2.2)より、

$$\varepsilon = u/L \quad \dots\dots(2.9)$$

ここで、 $L$ は柱の長さであり、 $u$ は軸方向変位である。一方、応力とひずみの関係は、

$$\sigma = E\varepsilon \quad \dots\dots(2.10)$$

であることから、上式を式(2.8)に代入すると

$$P/A = E\varepsilon \quad \dots\dots(2.11)$$

となる。上式に式(2.9)を代入して整理すると、荷重と変位の関係が次のように得られる。

$$P = \frac{AE}{L}u = Ku; \quad K = \frac{AE}{L} \quad \dots\dots(2.12)$$

ここで、剛性 $K$ は $AE/L$ で表され、柱の軸剛性と呼ばれる。

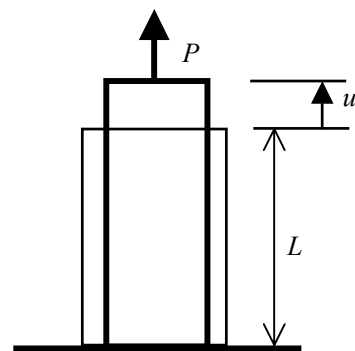


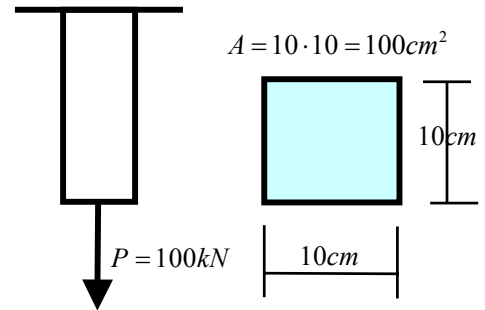
図 2-7 柱の軸剛性

次の例題を解き、応力とひずみの関係を理解しよう。

**例題2-1** 1辺が10cmの正方形断面を持つ部材の先端に100kNの荷重が作用している。この部材の応力を求めよ。

荷重の大きさを断面積で割って応力を以下のように求める。

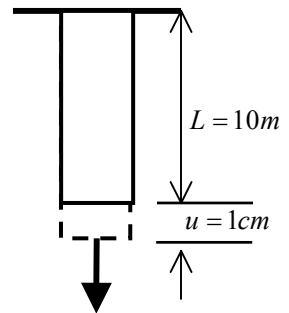
$$\begin{aligned}\sigma &= P/A \\ &= 100/(10 \cdot 10) = 1\text{kN/cm}^2\end{aligned}$$



**例題2-2** 右図のように、材長が10mで、荷重位置の変位が1cmであった。この材のひずみを求めよ。

変位を材長で割ることによって、ひずみが以下のように求められる。ひずみは無次元量であることに注意。

$$\begin{aligned}\varepsilon &= u/L \\ &= 1/1000 = 0.001\end{aligned}$$



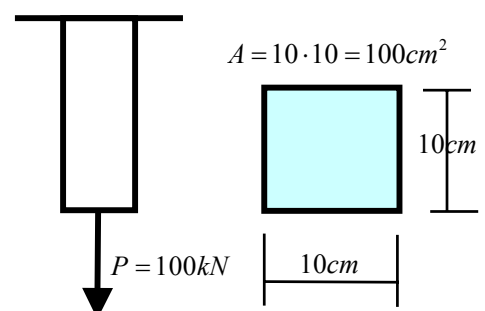
**例題2-3** 部材の応力が1kN/cm<sup>2</sup>で、ひずみが0.001であった。この場合のヤング係数を求めよ。

応力とひずみの関係を用いて、ヤング係数を計算する。

$$\begin{aligned}\sigma &= E\varepsilon \\ E &= \sigma/\varepsilon = 1/0.001 = 1000\text{kN/cm}^2\end{aligned}$$

**例題2-4** 材長が10m、断面の一片が10cmの正方形で、ヤング係数がE = 1000kN/cm<sup>2</sup>の部材に対し、図のように材の先端に引張力P = 100kNが作用している。先端の変位を求めよ。

荷重と変位の関係は、式(2.12)で与えられており、同式よ



り、先端の変位が次式で与えられる。

$$u = \frac{L}{AE} P = \frac{1000\text{cm}}{100\text{cm}^2 \cdot 1000\text{kN/cm}^2} \cdot 100\text{kN} = 1\text{cm}$$

## 2.5 まとめ

本章では、建築構造力学を学ぶ上で最も基本となる材料、特に建築構造用材料である鋼、コンクリート、木材の応力とひずみの関係を学んだ。ここでは、梁理論で使用される軸方向ひずみの定義や軸方向応力について、また、せん断応力についても学習した。これらは、構造力学を学ぶ上で必要不可欠の知識であり、簡単な練習問題を通じて読者は十分に理解されたい。

## 2.6 問題

**問 2-1** 長さ  $3\text{m}$  のコンクリートの柱に  $P=100\text{kN}$  の圧縮力が加わっている。この柱の変形量を求めよ。ただし、柱の断面積は  $900\text{cm}^2$  であり、また、コンクリートのヤング係数は  $2050\text{kN/cm}^2$  とする。なお、材は弾性範囲にあるものとする。

**問 2-2** 材長が  $10\text{m}$ 、断面の一片が  $10\text{cm}$  の正方形で、ヤング係数が  $E=1000\text{kN/cm}^2$  の部材に対し、図のように材の先端に引張力  $P=100\text{kN}$  が作用した場合と  $1\text{m}$  当たり  $P_u=10\text{kN/m}$  の自重が作用する場合について、部材内の応力とひずみ、あるいは先端の変位に関して、両者にどのような違いがあるか検討せよ。

