



第3章 柱に部材角が生じる骨組の解析

ポイント：固定法で部材角のある場合の解析  
層せん断力方程式

整形骨組であっても、水平荷重や骨組が対称構造物でない場合、荷重を受けると骨組はスウェイし、柱に部材角を生じる。この時、前節までで学んだ固定法では、層せん断力が外力と釣合わないことになり、結局、正確に応力解析が実行できなかったことになる。

本章では、柱に部材角が生じて、節点移動が生じる場合の扱い方について、練習問題を通して学ぶことにしよう。さらに、SPACE を用いて数値解析を実施し、得られた結果と固定法による解とを比較する。

キーワード

柱の部材角 節点移動のある解析 層せん断力の釣合 層モーメントの釣合

図 3-1 に示す骨組を用いて、柱に部材角が生じる場合の固定法の扱い方について説明する。まず、図 3-2 に示すように強制的に柱に部材角を生じさせ、そのとき骨組内に発生する応力を基本応力とする。この強制的に部材角を発生させるとき、他の変位である節点の回転角や他の層の部材角は固定した状態、つまり、ゼロとする。このような状態で強制変位を与えると変位を生じる部材にのみ応力が発生することになる。

強制的に部材角  $R$  が与えられた部材の材端モーメントは、たわみ角法の基本式より、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= \frac{2EI}{l}(-3R) \\ M_{ji} &= \frac{2EI}{l}(-3R) \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.1)$$

部材角  $R$  が生じると、その部材には、図 3-3 に示す断面力が発生する。当然、その部材に発生するせん断力は次式となる。

$$Q = -(M_{ij} + M_{ji})/l \dots\dots(3.2)$$

式(3.1)を、剛比  $k$  を用いて表すと、

3.1 はじめに

3.2 節点における  
回転角の適合

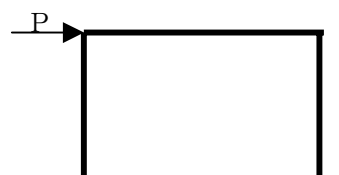


図 3-1 部材角が生じる骨組

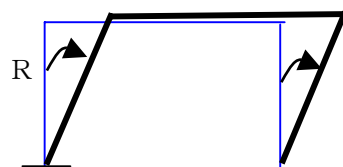


図 3-2 柱に強制的に部材角を生じさせる

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= k(\psi) \\ M_{ji} &= k(\psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.3)$$

となる。強制変位の大きさは任意で良いが、ここでは、部材角  $\psi$  の値を次式とする。

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(3.4)$$

部材角  $\psi$  の値を負の値としたのは、実際の部材角  $R$  を正の値とするためである。また、100 は適当な値であるが、これは固定法を使用するために表の中で扱い易い数字とするためである。この強制変位である部材角を与えると、柱の両端に生じる材端モーメントは、式(3.3)より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= -100 \cdot k \cdot X_1 \\ M_{ji} &= -100 \cdot k \cdot X_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.5)$$

部材角  $X_1$  は未定係数であり、後で層せん断力の釣合から決定することになる。ここでは、材端モーメントは  $X_1 = 1$  として計算すれば良い。

基本応力が決定したところで、この基本応力に対して、固定法を適用し、節点でのモーメントの釣合を満たすモーメント分布を得ることになる。この状態の応力分布から、層せん断力と水平外力との釣合式を求め、未定係数を決定することになる。未定係数が決定すれば、固定法で求めた応力状態に、この未定係数を掛けた状態が実際の応力状態となるわけである。

多少複雑な手続きを踏んで、節点移動がある場合の解析を行う必要があるが、慣れるに従って理解が進むことになろう。例題を通して、これらの手続きを理解しよう。

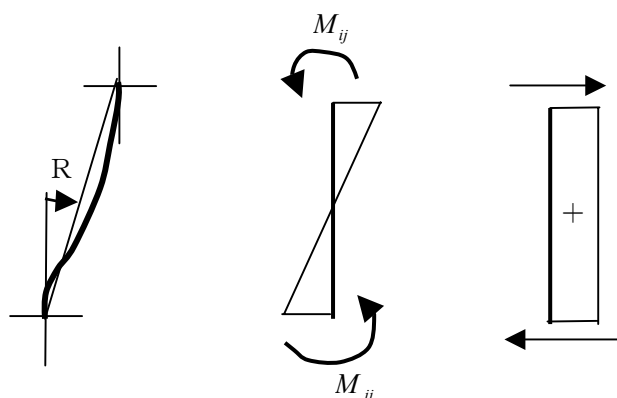


図 3-3 部材角によって生じる応力

3.3 例題

ここでは、例題を用いて節点移動がある場合の固定法の解析手続きを理解する。

**例題3-1** 次に示す水平荷重を受ける固定支持された門型骨組の応力解析を、固定法を用いて実行し、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図を描け。

部材の剛比は、図3-4に示されているが、ここでは、対称骨組に逆対称荷重が加わっていることから、逆対称変形並びに逆対称応力となる。逆対称条件を利用するために、部材2の有効剛比は次式となる。

$$\bar{k}_2 = 1.5 \cdot k_2 = 1.5 \quad \dots\dots(3.6)$$

節点2における分割率は、梁の有効剛比を用いて、

$$\left. \begin{aligned} DF_c &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{柱の分割率} \\ DF_b &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{梁の分割率} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.7)$$

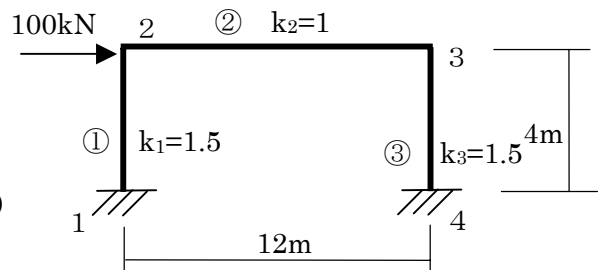


図3-4 例題3-1の骨組

また、部材角による材端モーメントは、 $\psi = -100X_1$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -100 \cdot k = -150 \\ M_{21} &= -100 \cdot k = -150 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.8)$$

となる。ただし、ここでは、 $X_1 = 1$ としている。

以下に、表形式で固定法を適用する。

表3-1 例題3-1の固定法の表

|     | 下柱   |  | 右はり | 外力  |
|-----|------|--|-----|-----|
| DF  | 0.5  |  | 0.5 |     |
| FEM | -150 |  |     | 150 |
| D1  | 75   |  | 75  |     |
| C1  | 0    |  |     | 0   |
| D2  |      |  |     |     |
| C2  |      |  |     |     |
| D3  |      |  |     |     |
| C3  |      |  |     |     |
| D4  |      |  |     |     |
| 計   | -75  |  | 75  |     |

|     | 上柱     |
|-----|--------|
| FEM | -150   |
| C1  | 37.5   |
| C2  |        |
| C3  |        |
| 計   | -112.5 |

上の表は未知数が回転角 $\phi_2$ のみであることから、一回の解放で解が求まってしまふことに注意しよう。

上の表で得られた材端モーメントを用いて、曲げモーメント図とせん断力図を以下に示す。

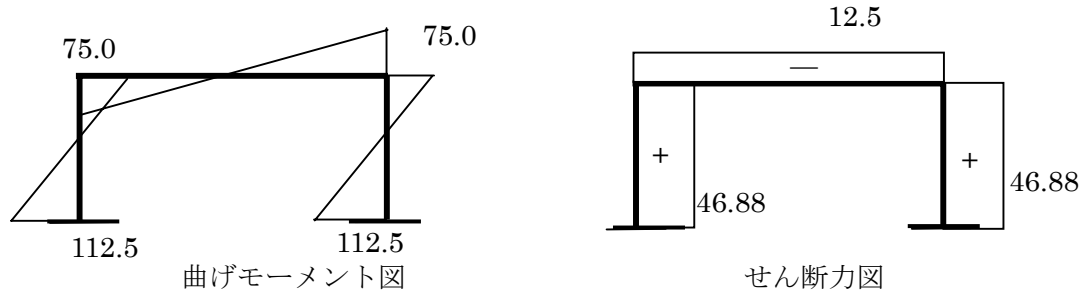


図 3-5 強制変位による曲げモーメントとせん断力

上の応力は、全て、 $\psi = -100X_1$ として求めたものであり、この未定パラメータ  $X_1$  を層せん断力と外力との釣合から求める。

図 3-6 は、柱頭におけるせん断力と外力の釣合を示す。

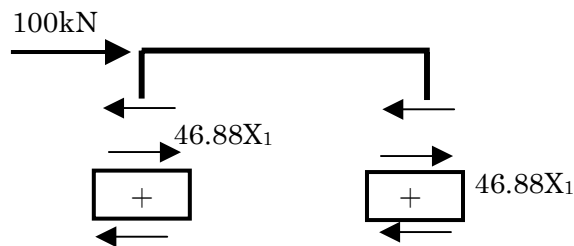


図 3-6 柱頭におけるせん断力と外力の釣合

層せん断力と外力の釣合は、図 3-6 を参考にする、次式で与えられる。

$$100 = (46.88 + 46.88) \cdot X_1 \quad \dots\dots(3.9)$$

上式が、固定法における層せん断力の釣合式となる。上式を解くと、

$$X_1 = 1.0666 \quad \dots\dots(3.10)$$

として未定係数が得られ、この値を図 3-5 の応力に掛けると、図 3-7 に示す結果が得られる。

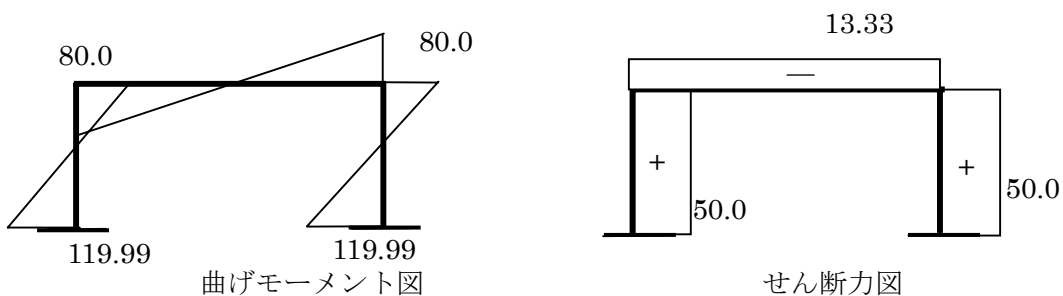


図 3-7(a) 曲げモーメント図とせん断力図

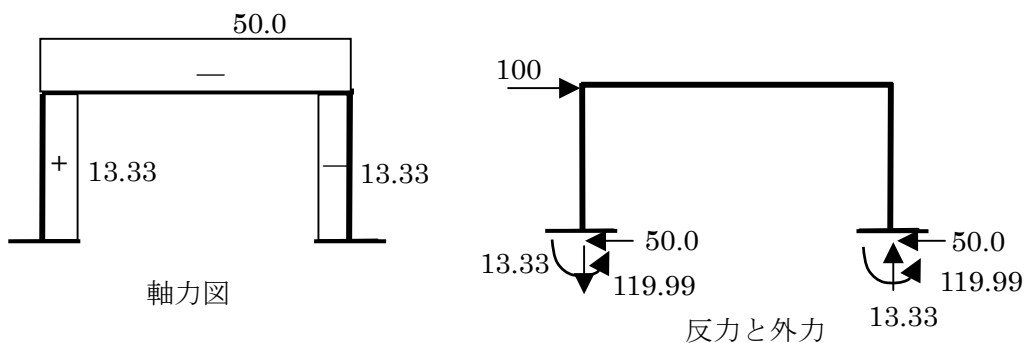


図 3-7 (b) 軸力図と反力・外力図

上下方向と水平方向の力の釣合は、上図右より理解できる。モーメントの釣合は、節点 1 に関するモーメントが次のように計算され、

$$M_1 = 100 \cdot 4 - 119.99 - 119.99 - 13.33 \cdot 12 \rightarrow 0.06 \quad \dots\dots(3.11)$$

釣合が満たされている。ただし、上の小さな値は反復計算における打ち切り誤差によるものである。

前章の例題 2-3 では、骨組が対称でないことから対称荷重が加わっていても対称変形とならず、骨組全体がスウェイする。そのため、柱には部材角が生じ、通常の固定法では正確に断面力分布が得られていなかった。本来は、例題 3-1 で示したように、仮想支持点で反力とは逆方向の力を加えて、層せん断力と外力との釣合を得ることが必要となる。

ここでは、まず、一端がピン支持の柱に強制変位である部材角を加えた場合、応力状態がどのようになるかを検討しておこう。一端がピンで他端が固定の柱に、強制的に部材角  $R$  を与えた場合、材端モーメントは、たわみ角法の基本式より、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= 0 \\ M_{ji} &= k(0.5\psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.12)$$

先に示したように部材角  $\psi$  の値を次式とすると、

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(3.13)$$

柱の両端に生じる材端モーメントは、式(3.12)より次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= 0 \\ M_{ji} &= -50 \cdot k \cdot X_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.14)$$

部材角  $X_1$  は未定係数であり、後で層せん断力の釣合から決定することになる。ここでも、材端モーメントは  $X_1=1$  として置けば良い。また、式(3.14)における剛比は、式の誘導過程から理解できるように、前章で説明した一端ピンとなる部材の有効剛比ではなく、実際の剛比を使用する。このことを混乱しないよう注意されたい。

強制的に部材角を加えた場合、一端ピン支持の柱に生じる応力は、次の図のようである。

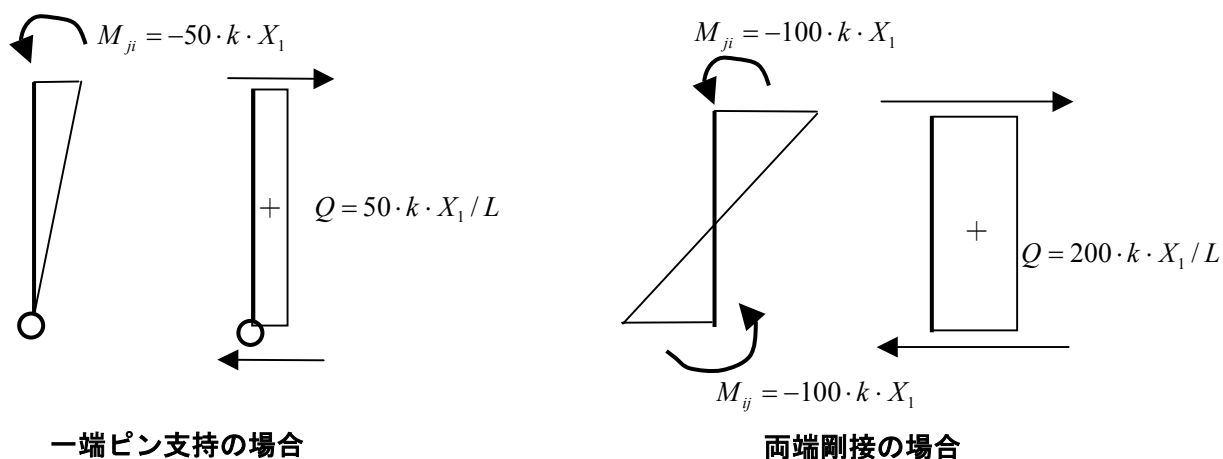


図 3-8 部材角によって生じる応力

**例題 3-2** 例題 2-3 の門型骨組であるが、解析結果では層せん断力と外力に不釣合力が生じた。これを解消すべく、節点移動がある場合の手法を用いて解析し、正確な曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

例題 2-3 で既に、基本応力や分割率などは求めたが、ここでも、再度求めてみよう。部材 1 と 3 は、支持端がピンであることから、次式の有効剛比を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_1 &= \frac{3}{4} \cdot 2 = 1.5 \\ \bar{k}_3 &= \frac{3}{4} \cdot 4 = 3.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.15)$$

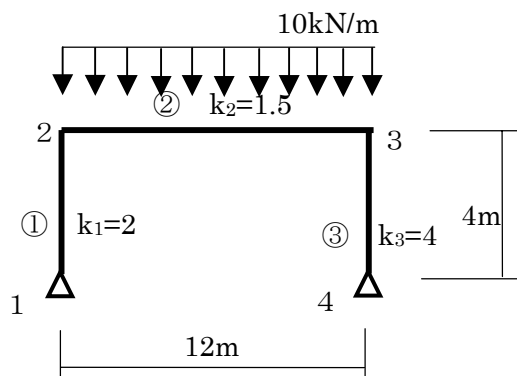


図 3-9 例題 3-2 の骨組

部材 2 における基本応力を次のように求める。

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{PL^2}{12} = \frac{10 \cdot 12 \cdot 12}{12} = 120kNm \\
 M_0 &= \frac{PL^2}{8} = 1.5C = 180kNm \\
 Q &= \frac{PL}{2} = 60kN
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C \\ M_0 \\ Q \end{aligned}} \right\} \dots\dots(3.16)$$

次に、分割率は、節点2で

$$\begin{aligned}
 DF_c &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{柱の分割率} \\
 DF_b &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{梁の分割率}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} DF_c \\ DF_b \end{aligned}} \right\} \dots\dots(3.17)$$

同様に、節点3での分割率は、

$$\begin{aligned}
 DF_c &= \frac{3.0}{1.5+3.0} = 0.667 && \text{柱の分割率} \\
 DF_b &= \frac{1.5}{1.5+3.0} = 0.333 && \text{梁の分割率}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} DF_c \\ DF_b \end{aligned}} \right\} \dots\dots(3.18)$$

例題2-3において、既に部材荷重に対する応力解析を、固定法を用いて実行した。ここでは、その結果を図3-10に示す。

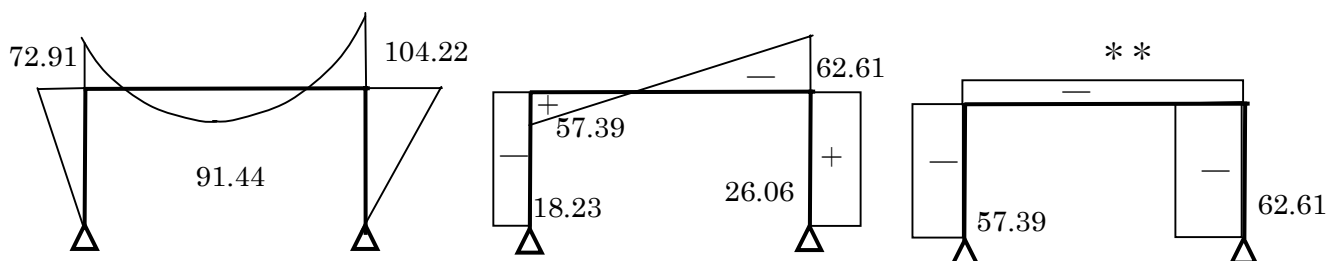


図3-10 曲げモーメント図、せん断力図、軸力図

次に、柱頭で切断し、柱のせん断力と水平外力との力の釣合について再度検討しよう。図3-10に見られるように、外力がゼロにもかかわらず、左右の柱におけるせん断力の和はゼロとならず、応力解析して得た応力状態では、水平方向の力の釣合がとれていない。つまり、例題2-3で示した仮想支持点による反力によって釣合がとれていたことになる。実際の支持点と仮想支持点の反力が図3-11示されており、この骨組に加わる外力と反力が釣合している。

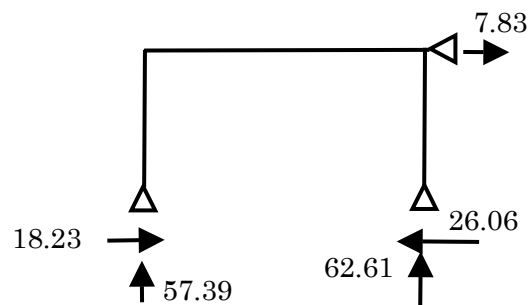


図3-11 反力図

以上の解析から分かるように、この仮想支持点を取ってしまうと、骨組は左のほうに傾くことになる。このスウェイを考慮するためには、図3-12に示す外力を加えた解析が必要となる。ここでは、柱に部材角が生じる解析を行い、層せん断力の釣合を満たす結果を得る。

強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(3.19)$$

を与えると、部材1、3には、次に示す基本応力が発生する。ただし、ここでは、 $X_1$ は1とする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= -50 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{43} &= 0 \\ M_{34} &= -50 \cdot k_3 \cdot X_1 = -200 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.20)$$

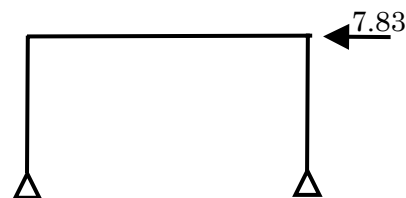


図3-12 不釣合力を解除するための水平力

上の基本応力を用いて、固定法で応力解析を行う。

表3-2 例題3-2の固定法の表

|     | 下柱      | 右はり    | 外力     |  | 左はり    | 下柱      | 外力     |
|-----|---------|--------|--------|--|--------|---------|--------|
| DF  | 0.5     | 0.5    |        |  | 0.333  | 0.667   |        |
| FEM | -100    | 0      | 100    |  | 0      | -200    | 200    |
| D1  | 50      | 50     |        |  | 66.6   | 133.4   |        |
| C1  |         | 33.3   | -33.3  |  | 25     |         | -25    |
| D2  | -16.65  | -16.65 |        |  | -8.325 | -16.675 |        |
| C2  |         | -4.163 | 4.163  |  | -8.325 |         | 8.325  |
| D3  | 2.082   | 2.082  |        |  | 2.772  | 5.553   |        |
| C3  |         | 1.386  | -1.386 |  | 1.041  |         | -1.041 |
| D4  | -0.693  | -0.693 |        |  | -0.347 | -0.694  |        |
| 計   | -65.261 | 65.262 |        |  | 78.416 | -78.416 |        |

上の表から、曲げモーメントとせん断力を図示する。

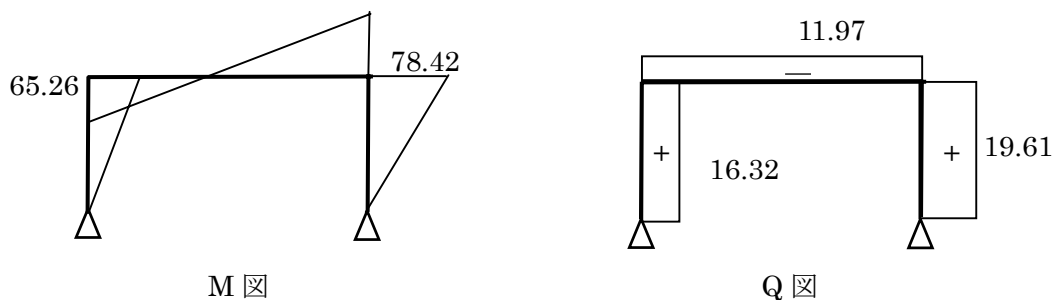


図3-13 不釣合力を解除するための水平力による断面力分布



次に、柱頭における層せん断力と外力との釣合を考える。図 3-14 を参考にすると、層方程式は以下のようになり、

$$\left. \begin{aligned} -7.83 - (16.32 + 19.61)X_1 &= 0 \\ X_1 &= -7.83 / 35.93 = -0.2179 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.21)$$

結果、解  $X_1$  が得られる。

求めた  $X_1$  を、図 3-13 の応力状態に掛けると以下の応力状態が得られる。

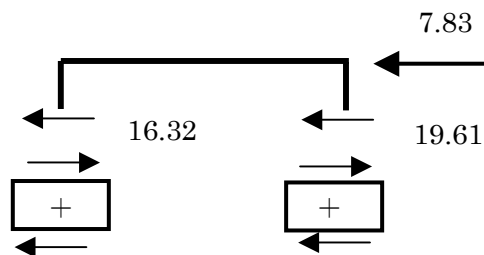
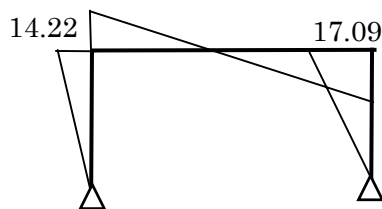
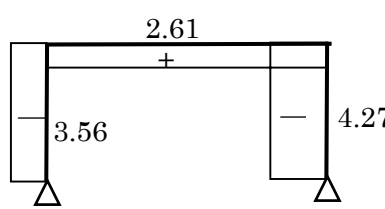


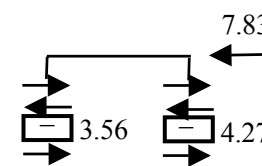
図 3-14 柱頭でのせん断力と外力の釣合



曲げモーメント図



せん断力図

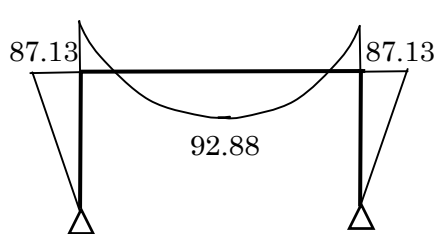


柱頭での釣合

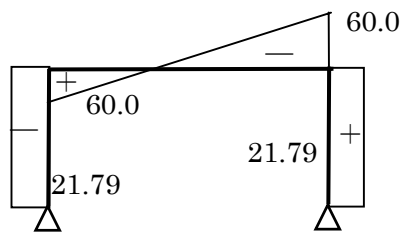
図 3-15 水平不釣合力に対する断面力分布

上のせん断力図より、骨組の層せん断力と外力が釣合っていることが分かる。

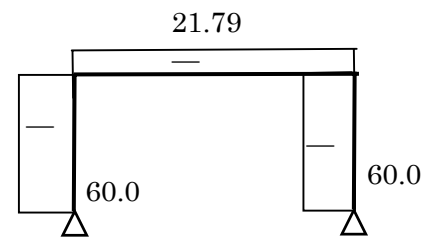
実際の応力状態は、図 3-10 と図 3-15 の応力状態を重ね合わせることで得られる。ここでは、図 3-12 の外力と仮想支持点の反力が釣合って消去される。実際の応力は以下のようになる。



曲げモーメント図



せん断力図



軸力図

図 3-16 曲げモーメント図、せん断力図、軸力図

柱の部材角は、 $\psi = -100X_1$  で与えられていた。ここで、求めた  $X_1$  を代入すると、部材角が得られる。

$$\psi = -100X_1 = 21.79 \quad \dots\dots(3.22)$$

**例題 3-3 荷重が逆対称となっている骨組の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を求めよ。**

図 3-17 に示す骨組の応力解析を行う。最初に、中間荷重のある 1 と 3 部材の基本応力を求める。

$$\left. \begin{aligned} {}_1C &= \frac{Ph}{8} = C & {}_3C &= C \\ {}_1M_0 &= 2C & {}_3M_0 &= 2C \\ {}_1\bar{Q} &= \frac{P}{2} & {}_3\bar{Q} &= \frac{P}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.23)$$

次に、逆対称条件による部材 2 の有効剛比は、

$$\bar{k}_2 = 1.5 \cdot k_2 = 3 \quad \dots\dots(3.24)$$

この有効剛比を用いて、節点 2 における分割率は、

$$\left. \begin{aligned} DF_{21} &= \frac{1}{1+3} = 0.25 \\ DF_{23} &= \frac{3}{1+3} = 0.75 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.25)$$

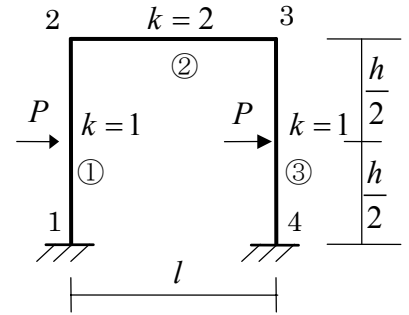
固定法を適用するために、固定端モーメント C を 100 として計算する。

**表 3-3 例題 3-3 の固定法の表**

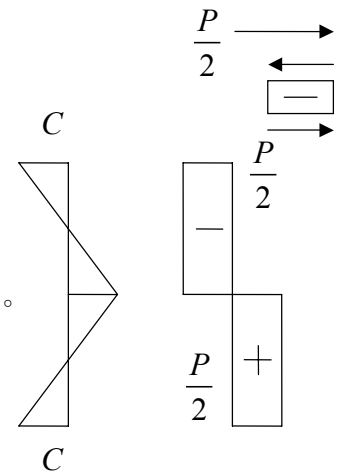
|     | 下柱   | 右はり  | 外力   |
|-----|------|------|------|
| DF  | 0.25 | 0.75 |      |
| FEM | 100  |      | -100 |
| D1  | -25  | -75  |      |
| C1  | 0    |      | 0    |
| D2  |      |      |      |
| C2  |      |      |      |
| D3  |      |      |      |
| C3  |      |      |      |
| D4  |      |      |      |
| 計   | 75   | -75  |      |

|     | 上柱     |
|-----|--------|
| FEM | -100   |
| C1  | -12.5  |
| C2  |        |
| C3  |        |
| 計   | -112.5 |

得られた結果から、材端モーメントを以下のように戻す。



**図 3-17 例題 3-3 の骨組**



**図 3-18 柱の基本応力**

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -1.125C \\ M_{21} &= 0.75C \\ M_{23} &= -0.75C \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.26)$$

また、柱の中央の曲げモーメントは、

$${}_1M_C = M_0 - \frac{1}{2}(0.75C + 1.125C) = 1.063C \quad \dots\dots(3.27)$$

上記の結果を元に曲げモーメント図とせん断力図を以下に示す。ここで、前例題と同様に、仮想支持点に反力が生じている。

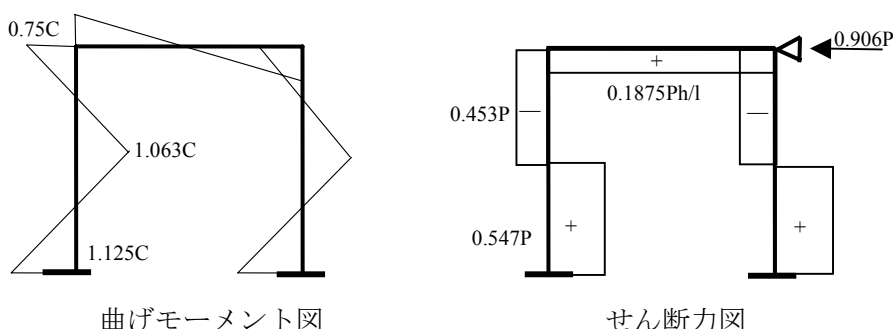


図 3-19 固定端モーメントによる曲げモーメントとせん断力

上記の反力を消去するために、強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(3.28)$$

を与え、せん断力の釣合を得る。この強制変位によって部材 1、3 には、次に示す基本応力が発生する。ただし、ここでは  $X_1$  は 1 とする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -100 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{21} &= -100 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{43} &= -100 \cdot k_3 \cdot X_1 = -100 \\ M_{34} &= -100 \cdot k_3 \cdot X_1 = -100 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.29)$$

上の基本応力を用いて、固定法で右図のように応力解析を行う。

上記固定法の解析結果より、曲げモーメント図とせん断力図を以下に示す。以上の結果を用いて、柱頭における層せん断力と水平外力との釣合を考察する。図 3-21 には、柱頭部分で切断したときの水平方向のせん断力と外力が示

表 3-4 例題 3-3 の固定法の表

|     | 下柱   | 右はり   | 外力  |
|-----|------|-------|-----|
| DF  | 0.25 | 0.75  |     |
| FEM | -100 |       | 100 |
| D1  | 25   | 75    |     |
| C1  | 0    |       | 0   |
| D2  |      |       |     |
| C2  |      |       |     |
| D3  |      |       |     |
| C3  |      |       |     |
| D4  |      |       |     |
| 計   | -75  | 75    |     |
|     |      |       |     |
|     |      | 上柱    |     |
| FEM |      | -100  |     |
| C1  |      | 12.5  |     |
| C2  |      |       |     |
| C3  |      |       |     |
| 計   |      | -87.5 |     |

される。同図より水平方向の釣合は次式で与えられる。

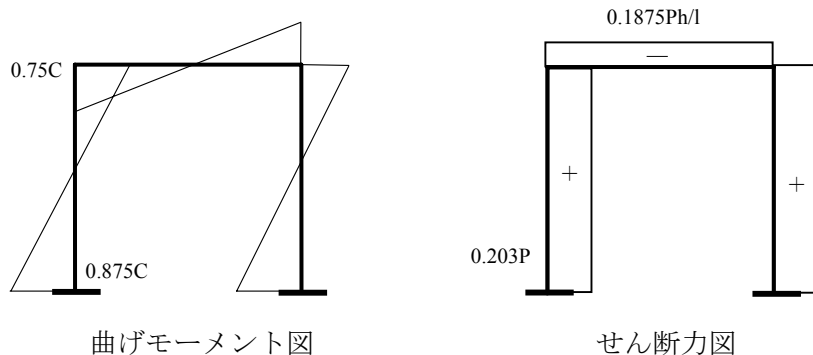


図 3-20 曲げモーメント図

$$\left. \begin{aligned} 0.906P - 2(0.203P \cdot X_1) &= 0 \\ 0.406X_1 &= 0.906 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.30)$$

上式で、第1項は仮想支持点における外力項であり、第2項は、強制変位を与えたときに生じる柱のせん断力である。このせん断力には、未定係数である  $X_1$  が含まれている。上式を解いて、 $X_1$  を以下のように求める。

$$X_1 = 2.232 \quad \dots\dots(3.31)$$

図 3-20 に  $X_1$  を掛け、図 3-19 の応力と重ね合わせることで、実際の応力状態が得られる。以下に材端モーメントと柱中央の曲げモーメントを求めてみよう。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -1.125C - 0.875C \cdot 2.232 = -1.125C - 1.953C = -3.078C \\ M_{21} &= 0.75C - 0.75C \cdot 2.232 = 0.75C - 1.674C = -0.924C \\ M_c &= 1.063C + 0.5 \cdot (-0.875C + 0.75C) \cdot 2.232 = 1.063C - 0.140C = 0.923C \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.32)$$

以上をまとめると、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図は、図 3-22 となる。

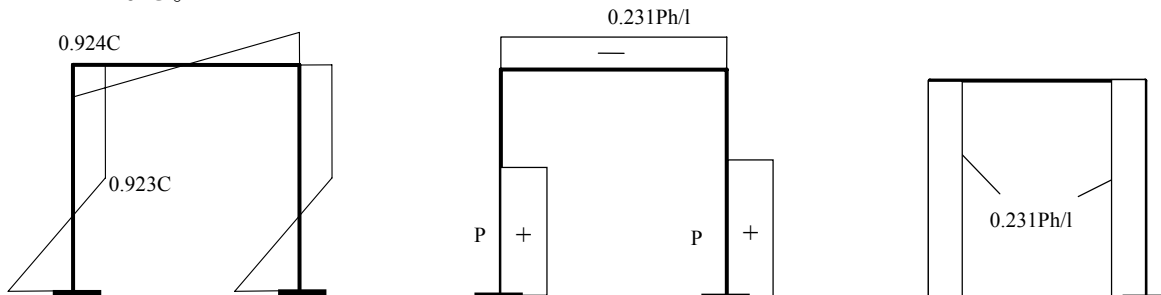


図 3-22(a) 曲げモーメント図

図 3-22(b) せん断力図

図 3-22(c) 軸力図

また、図 3-22(d)には、外力と反力が示されている。

反力と外力との力の釣合は、図 3-22(d)より、上下及び水平方向共に満足していることが分かる。また、節点 1 におけるモーメントの釣合は、

$$M_1 = -3.076C - 3.078C + 2P \cdot \frac{h}{2} - 0.231P \cdot \frac{h}{l} \cdot l$$

$$= -6.152 \cdot Ph/8 + Ph - 0.231Ph \rightarrow 0 \quad \dots\dots(3.33)$$

となり、釣合がとれていることが分かる。

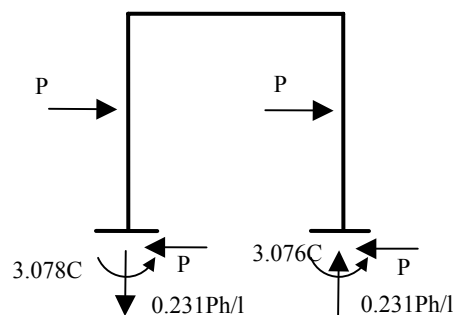


図 3-22(d) 外力と反力

3.4 課題

本章では、SPACE を用いて、例題 3-2 について数値解析を実施し、固定法で求めた結果と比較する。ただし、SPACE では、等分布荷重は正確に扱うことができないため、ここでは、図 3-23 のように、梁中央に集中荷重が加わっている場合について解析する。鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、スパンは 12m とし、階高は 4m とする。使用する部材の断面二次モーメントは 23500 cm<sup>4</sup> であり、ヤング係数は 20500kN/cm<sup>2</sup> とする。ただし、これらは、SPACE のデータベースより求めた値である。

部材 1 と 3 は、支持端がピンであることから、次式の有効剛比を用いる。

$$\bar{k}_1 = \frac{3}{4} \cdot 2 = 1.5$$

$$\bar{k}_3 = \frac{3}{4} \cdot 4 = 3.0$$

} \dots\dots(3.34)

部材 2 における基本応力を次のように求める。

$$C = \frac{Pl}{8} = \frac{100 \cdot 12}{8} = 150kNm$$

$$M_0 = \frac{Pl}{4} = 2C = 300kNm$$

$$Q = \frac{P}{2} = 50kN$$

} \dots\dots(3.35)

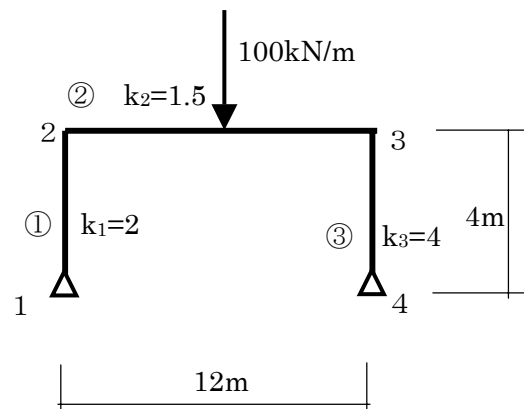


図 3-23 例題の骨組

次に、分割率は、節点2で

$$\left. \begin{aligned} DF_c &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{柱の分割率} \\ DF_b &= \frac{1.5}{1.5+1.5} = 0.5 && \text{梁の分割率} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.36)$$

同様に、節点3での分割率は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} DF_c &= \frac{3.0}{1.5+3.0} = 0.67 && \text{柱の分割率} \\ DF_b &= \frac{1.5}{1.5+3.0} = 0.33 && \text{梁の分割率} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.37)$$

次に、上で計算した分割率や基本応力を用いて、固定法を実行する。

表 3-5 課題の固定法の表 1

|     | 下柱   | 右はり   | 外力  |  | 左はり   | 下柱     | 外力    |
|-----|------|-------|-----|--|-------|--------|-------|
| DF  | 0.5  | 0.5   |     |  | 0.33  | 0.67   |       |
| FEM |      | -150  | 150 |  | 150   |        | -150  |
| D1  | 75   | 75    |     |  | -50   | -100   |       |
| C1  |      | -25   | 25  |  | 37.5  |        | -37.5 |
| D2  | 12.5 | 12.5  |     |  | -12.5 | -25    |       |
| C2  |      | -6.3  | 6.3 |  | 6.3   |        | -6.3  |
| D3  | 3.2  | 3.2   |     |  | -2.1  | -4.2   |       |
| C3  |      | -1.1  | 1.1 |  | 1.6   |        | -1.6  |
| D4  | 0.5  | 0.5   |     |  | -0.5  | -1.1   |       |
| 計   | 91.2 | -91.2 |     |  | 130.3 | -130.3 |       |

固定法の結果より、梁中央の曲げモーメントは、

$$M_c = M_0 - (M_{32} - M_{23})/2 = 300 - (91.2 + 130.3)/2 = 189.3 \quad \dots\dots(3.38)$$

また、各部材のせん断力は次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} {}_1Q &= -(M_{21} - M_{12})/h = -91.2/4 = -22.80 \\ {}_3Q &= 130.3/4 = 32.58 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.39)$$

梁のせん断力は、曲げモーメントより、

$$\left. \begin{aligned} {}_2Q_L &= 2(M_c - M_{23})/L = (189.3 + 91.2)/6 = 46.75 \\ {}_2Q_R &= 2(M_{32} - M_c)/L = (-130.3 - 189.3)/6 = -53.27 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.40)$$

となる。上で求めた断面力より、曲げモーメント図とせん断力図を描く。

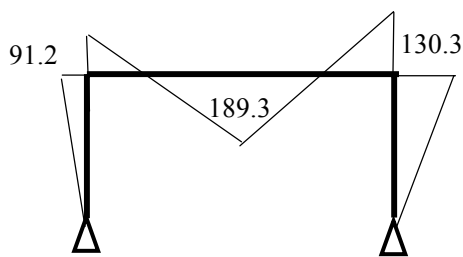


図 3-24 曲げモーメント図

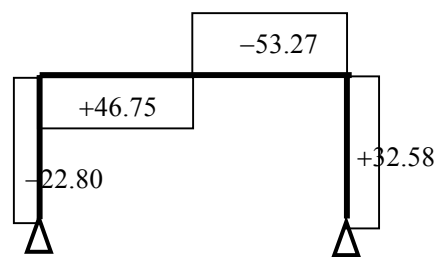


図 3-25 せん断力図

次に、柱頭で切断し、柱のせん断力と水平外力との力の釣合について検討しよう。図 3-25 に見られるように、外力がゼロにもかかわらず、左右の柱のせん断力の和がゼロとならず、応力解析して得た応力状態では、水平方向の力の釣合がとれていない。この解析では、図 3-26 に示すように、仮想支持点が挿入されており、反力が自動的に生じている状態となっている。

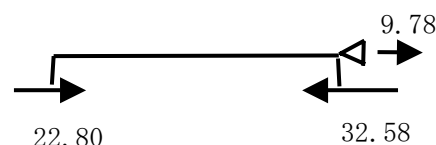


図 3-26 仮想支持点の反力

以上の解析から分かるように、この仮想支持点を取ってしまうと、骨組は左の方向に傾くことになる。このスウェイを考慮するためには、図 3-27 に示す外力を加えた解析が必要となる。

強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots (3.41)$$

を与えると、部材 1、3 には、次に示す基本応力が発生する。ただし、ここでは、 $X_1$  は 1 とする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= -50 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{43} &= 0 \\ M_{34} &= -50 \cdot k_3 \cdot X_1 = -200 \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.42)$$



図 3-27 不釣合力を解除するための水平力

上の基本応力を用いて、固定法で応力解析を行う。

表 3-6 課題の固定法の表 2

|     | 下柱      | 右はり    | 外力     |  | 左はり    | 下柱      | 外力     |
|-----|---------|--------|--------|--|--------|---------|--------|
| DF  | 0.5     | 0.5    |        |  | 0.333  | 0.667   |        |
| FEM | -100    | 0      | 100    |  | 0      | -200    | 200    |
| D1  | 50      | 50     |        |  | 66.6   | 133.4   |        |
| C1  |         | 33.3   | -33.3  |  | 25     |         | -25    |
| D2  | -16.65  | -16.65 |        |  | -8.325 | -16.675 |        |
| C2  |         | -4.163 | 4.163  |  | -8.325 |         | 8.325  |
| D3  | 2.082   | 2.082  |        |  | 2.772  | 5.553   |        |
| C3  |         | 1.386  | -1.386 |  | 1.041  |         | -1.041 |
| D4  | -0.693  | -0.693 |        |  | -0.347 | -0.694  |        |
| 計   | -65.261 | 65.262 |        |  | 78.416 | -78.416 |        |

上の表から、曲げモーメントとせん断力を図示する。

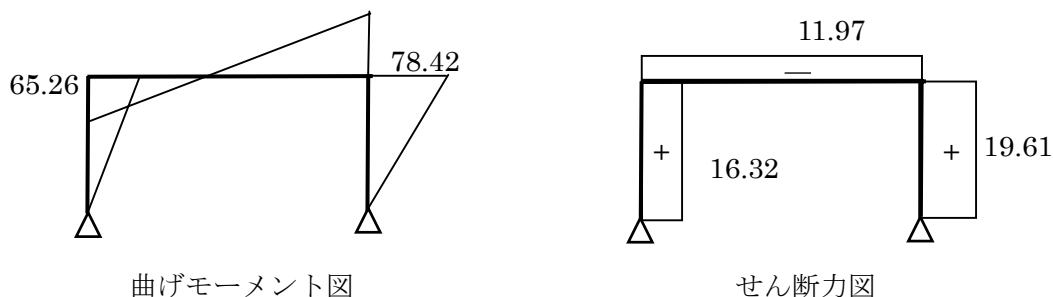


図 3-28 不釣合力を解除するための水平力による応力

次に、柱頭における層せん断力と外力との釣合を考える。図 3-29 を参考にすると、層方程式は以下のようになり、

$$\left. \begin{aligned} -9.78 - (16.32 + 19.61)X_1 &= 0 \\ X_1 &= -9.78 / 35.93 = -0.2722 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.43)$$

解  $X_1$  が得られる。

この  $X_1$  を図 3-28 の応力状態に掛けると以下の応力状態が得られる。

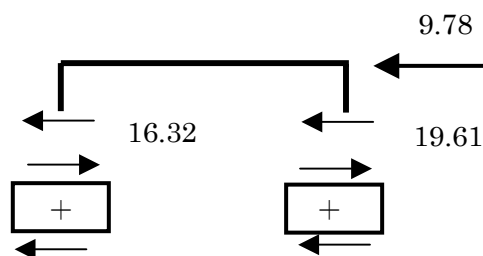


図 3-29 柱頭におけるせん断力と外力の釣合

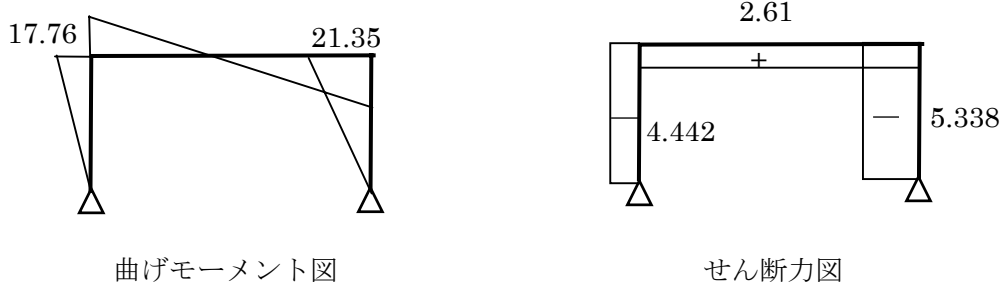


図 3-30 水平不釣合力に対する応力

上図のせん断力図より、層せん断力と外力が釣合っていることが分かる。

実際の応力状態は、図 3-24、3-25 と図 3-30 の応力状態を重ね合わせることで得られる。ここでは、外力と仮想支持点の反力が釣合って消去される。実際の応力は、以下のように得られる。



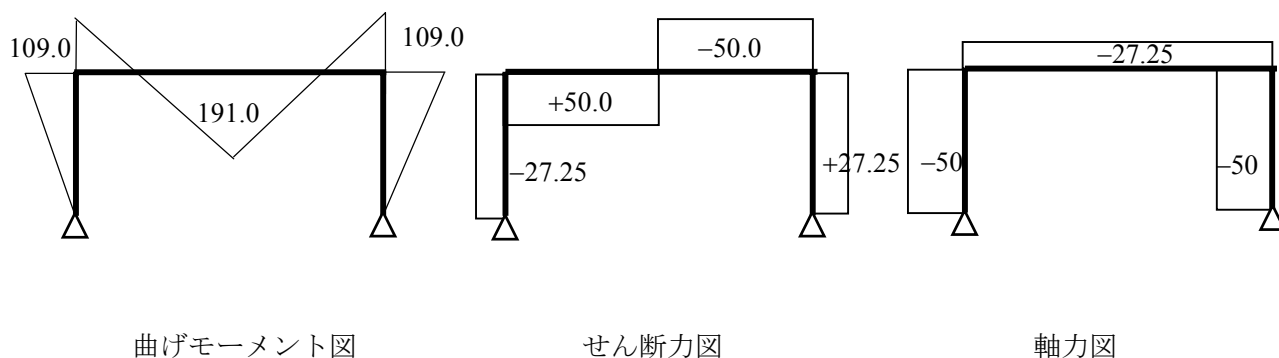


図 3-31 固定法で得られた断面力の分布

柱の部材角は、 $\psi = -100X_1$  で与えられていた。ここで、求めた  $X_1$  を代入すると、部材角が得られる。

$$\psi = -100X_1 = 27.22 \quad \dots\dots(3.44)$$

実際の横倒れ（スウェイ）は、上式より次式で与えられる。

$$K_0 = \frac{2EI}{h_2} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{400} = 2.409 \cdot 10^6$$

$$\delta = R_1 h = \frac{\psi_1}{-3K_0} \cdot h$$

$$= -\frac{27.22 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100}{3 \cdot 2.409 \cdot 10^6} = -\frac{1.089 \cdot 10^6}{7.227 \cdot 10^6} = -0.151cm \quad \dots\dots(3.45)$$

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「固定法演習解析モデル」-「第3章」フォルダ内の「課題1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「不整形骨組.ct1」としよう。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前章とほぼ同じであり、異なる部分のみ説明することになる。

最初は、初期設定ウィザードが自動的にダイアログを表示させるので、これに従ってデータを入力すれば良い。まず、図タイトルを入力し、次に平面フレームを選択し、構造物の規模として、図 3-32 のように「スパン数」を1に、階数も1にセットする。次に、図 3-33 に示すように、スパン長を 1200cm に、各層の階高を 400cm にセットする。

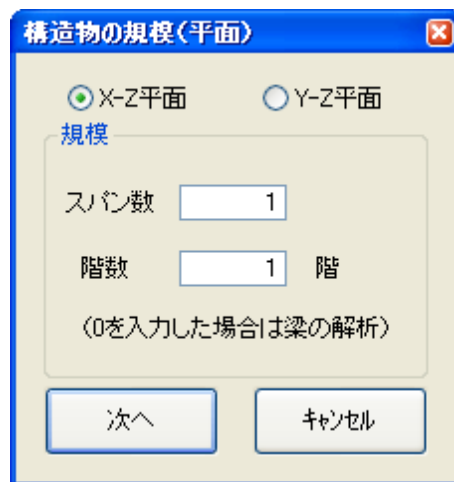


図 3-32 構造物の規模

さらに、使用する部材断面を作成登録する。まず、鉄骨を選択し、材料はSS400を、また、部材モデルは弾性とする。

断面は、H-400x200x8x13とし、DB値を採用する。図3-34に示すように、梁用の断面をG1として設定する。また、柱用は、同じ断面で設定し、記号をC1とする。この骨組では、梁・柱の剛比が異なるため、柱は2種設定する。要素データが設定終了後、OKボタンを押して、CAD画面に戻る。

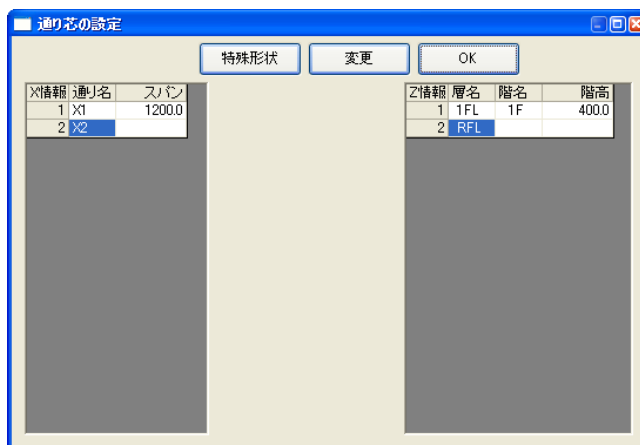


図3-33 スパンと階高の設定

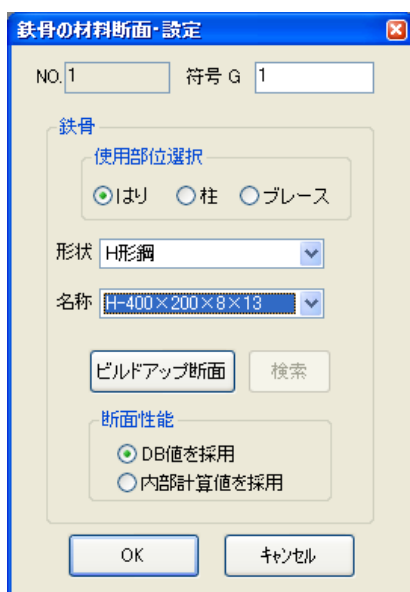


図3-34 部材断面の設定

図3-36のようにCAD画面を使用して骨組を設定し、次に境界と荷重を割り付ける。梁と柱を割り付ける際、第1層の左柱は、C1、右柱はC2とする。また、梁はG1とする。ここで、柱の回転角は規定値では-90度となっているが、平面問題では、0度に設定して使用する。

さらに、前章と同様に、「要素登録」機能を利用して、図3-35のように要素データを変更する。ここでは、固定法の解析結果と比較するために、断面積を1000倍に、また、梁・柱の断面二次モーメントを課題の剛比に

合わせるために、次の表のように変更する。

- 左柱： $k=2$ （断面二次モーメントを2倍する）
- 右柱： $k=4$ （断面二次モーメントを4倍する）
- R階梁： $k=1.5; h/l=3$ （断面二次モーメントを4.5倍する）

| 要素データ変更 |       |    |     |                             |                               |                        |                              |                                |                                |                                |                                |  |
|---------|-------|----|-----|-----------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--|
| 要素データ   |       |    |     | 断面変更                        |                               |                        |                              |                                |                                |                                |                                |  |
| 要素番号    | 現在の状態 | 符号 | モデル | ヤング係数 (kN/cm <sup>2</sup> ) | せん断弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> ) | 断面積 (cm <sup>2</sup> ) | 断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> ) | y軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> ) | z軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> ) | y軸回りのせん断断面積 (cm <sup>2</sup> ) | z軸回りのせん断断面積 (cm <sup>2</sup> ) |  |
| 1       | 有効    | G1 | 1   | 20500.0000                  | 7900.0000                     | 83370.00               | 35.68000                     | 105750.0000                    | 1740.00000                     |                                | 30.50606                       |  |
| 2       | 有効    | C1 | 1   | 20500.0000                  | 7900.0000                     | 83370.00               | 35.68000                     | 47000.00000                    | 1740.00000                     |                                | 30.50606                       |  |
| 3       | 有効    | C2 | 1   | 20500.0000                  | 7900.0000                     | 83370.00               | 35.68000                     | 94000.00000                    | 1740.00000                     |                                | 30.50606                       |  |

図3-35 解析モデルに合わせるために、断面特性を変更する

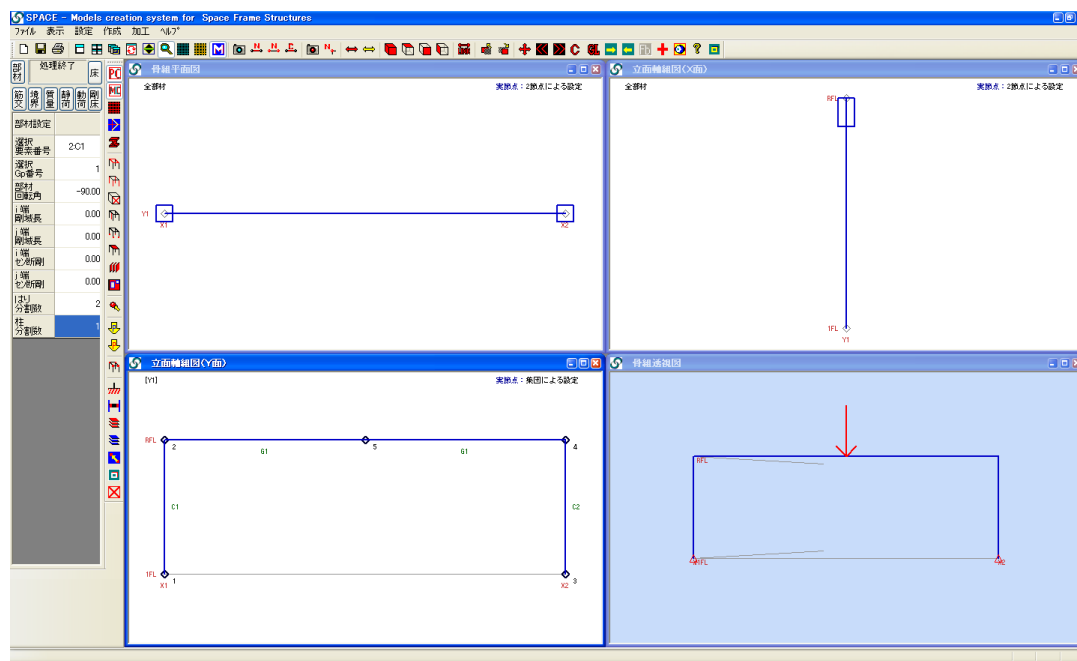


図3-36 CAD画面で課題の解析モデルを作成する

解析モデルを全て設定した後、メニューの「ファイル」→「ファイルへの出力」を選択し、「構造ファイル」と「静的荷重ファイル\_1」、情報ファイルを指定し、OK ボタンを押して出力する。

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。

解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 3-37 に示す。図に見られるように、両者の断面力は良い一致を示している。

```

Divided step number : 20 -----
Unstable number: 0
部材番号 部材モデル          Nx          Qy          Qz          Mx          My          Mz
1          1          -49.9999    0.0000    27.2722    0.0000    0.0000    0.0000
          1          -49.9999    0.0000    27.2722    0.0000    10908.8756  0.0000
2          1          -50.0001    0.0000    -27.2730   0.0000    0.0000    0.0000
          1          -50.0001    0.0000    -27.2730   0.0000    -10909.2113 0.0000
3          1          -27.2726    0.0000    -49.9997   0.0000    10908.8756  0.0000
          1          -27.2726    0.0000    -49.9997   0.0000    -19090.9570 0.0000
4          1          -27.2726    0.0000    50.0003    0.0000    -19090.9570 0.0000
          1          -27.2726    0.0000    50.0003    0.0000    10909.2113  0.0000
    
```

図 3-37 課題の静的解析結果である部材断面力

次に静的プレゼンターを起動し、図 3-38 に示すように、せん断力図と曲げモーメント図を表示させる。下図と固定法で求めた図 3-31 の曲げモーメント分布とせん断力分布は一致している。

さらに、図 3-38 の柱頭位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 3-39 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式 (3.35) と示される節点変位と同じ値となっている。

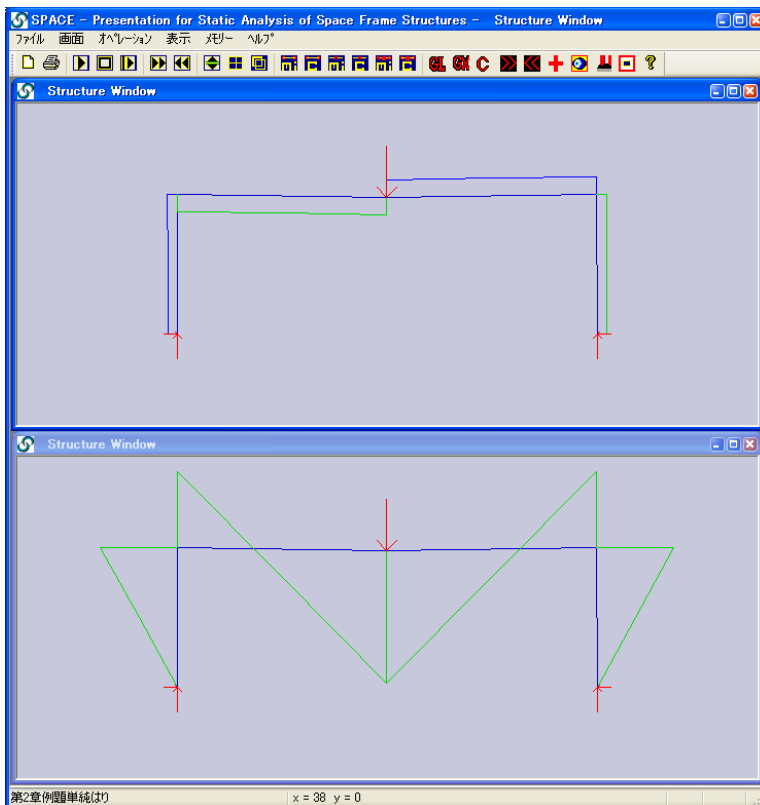


図 3-38 課題のせん断力分布と曲げモーメント分布



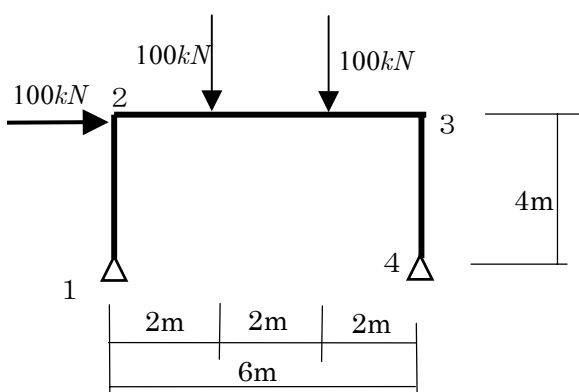
図 3-39 骨組柱頭の水平方向変位

3.5 まとめ

本章では、柱に部材角が生じ、骨組全体が水平変位を生じる場合の解析方法を学んだ。固定法では、節点モーメントの釣合は表を用いた反復解法で効率よく得られるが、節点移動がある場合は、層せん断力の釣合を得るために、各層独立に、強制変位（当該層の柱全てに同一の強制変位）を与えて、節点モーメントの釣合を得る。この節点モーメントの釣合は表を用いた反復解法を利用するが、層の数だけこの処理を行う必要があり、また、層の数の層せん断力釣合式が得られる。このように、層間変位が生じる場合は、手計算では固定法でもかなり面倒な方法となる。

3.6 問題

**問題 3-1** 次の骨組の応力解析を、固定法を用いて実行し、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図を描き、さらに、反力を求めて、外力と反力の力の釣合を確認せよ。なお、鋼材は、SS400を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。梁・柱共に同一断面を使用するために、部材長さによって剛比が決まる。ここでは、梁の剛比を 1 とすると、柱の剛比は 1.5 となる。この値を用いて解析を実施せよ。最後に、SPACE により解析を実施し、固定法によって求めた結果と比較せよ。



問 3-1

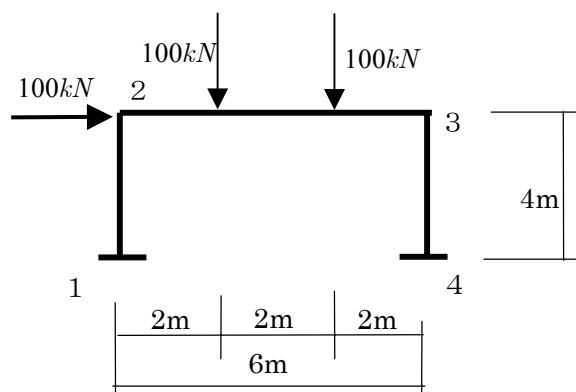


図 3-2

ヒント:梁に等間隔に等しい集中荷重が加わる場合の基本応力は、以下のようである。

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{2Pl}{9} \\ M_0 &= \frac{Pl}{3} = 1.5C \\ Q &= P \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.46)$$