



第4章 柱に部材荷重を有する骨組の解析

ポイント：柱に部材荷重を受け、部材角が生じる骨組の解析  
ピン支持構造物の解析

前章では、骨組に節点移動が生じて、柱に部材角が発生する場合の扱い方について学んだ。本章では、例題を通して、柱に水平方向の部材荷重がある場合に関する解析方法を学習する。

4.1 はじめに

**キーワード**  
柱に部材荷重が加わる場合 水平荷重を受ける骨組

ここでは、1層骨組で部材角が生じる場合の例題を用いて、さらに解析方法の理解を深めていこう。

4.2 例題

例題 4-1 ピン支持を有する門型骨組の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

図 4-1 に示す骨組の応力解析を行う。この門型骨組は対称構造物であり、また、荷重は逆対称である。従って、変形や曲げモーメントは逆対称となる。

まず、荷重が加わっている部材 1、3 に関する基本応力を次のように求める。

$$\left. \begin{aligned}
 C_{12} &= C_{43} = 0 \\
 C_{21} &= C_{34} = C + 0.5C = 1.5C \quad (C = \frac{Ph}{8}) \\
 {}_1M_0 &= 2C \\
 Q_{12} &= \frac{P}{2} - \frac{1.5C}{h} = \frac{P}{2} - \frac{1.5}{h} \cdot \frac{Ph}{8} = \frac{5P}{16} = Q_{43} \\
 Q_{21} &= Q_{34} = -(\frac{P}{2} + \frac{1.5C}{h}) = -\frac{11}{16}P = -\frac{11C}{2h}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.1)$$

部材 1、3 は一端ピン支持の有効剛比を、また、変形と応力が逆対称となることから部材 2 は、逆対称部材としての有効剛比を求める。

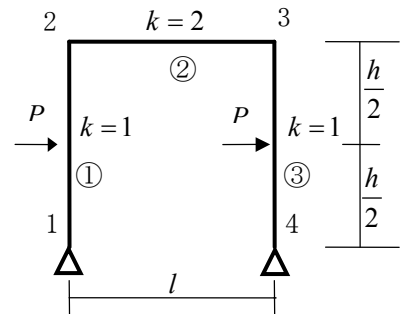


図 4-1 例題 4-1 の骨組

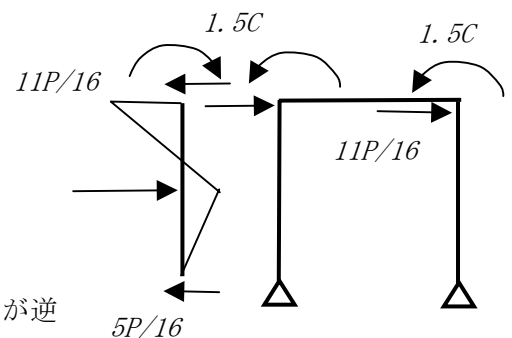


図 4-2 中間荷重による節点水平荷重

$$\left. \begin{aligned} \bar{k}_1 = \bar{k}_3 = 0.75k_1 = 0.75 \\ \bar{k}_2 = 1.5k_2 = 3.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.2)$$

上式を用いると、節点2における分割率は、次式となる

$$\left. \begin{aligned} DF_c = 0.75/(0.75 + 3.0) = 0.2 \\ DF_b = 3.0/(0.75 + 3.0) = 0.8 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.3)$$

まず、固定端モーメントに対する応力解析を、固定法を用いて行う。  
ただし、Cを100として計算を行う。

表 4-1 例題 4-1 の固定法の表

	下柱	右はり	外力
DF	0.2	0.8	
FEM	150	0	-150
D1	-30	-120	
C1	0		0
D2			
C2			
D3			
C3			
D4			
計	120	-120	



得られた材端モーメントから、柱中央部の曲げモーメントは、

$$M_c = 2C - 0.5 \cdot 1.2C = 1.4C \quad \dots\dots(4.4)$$

以上の結果より、曲げモーメント図とせん断力図を以下に示す。

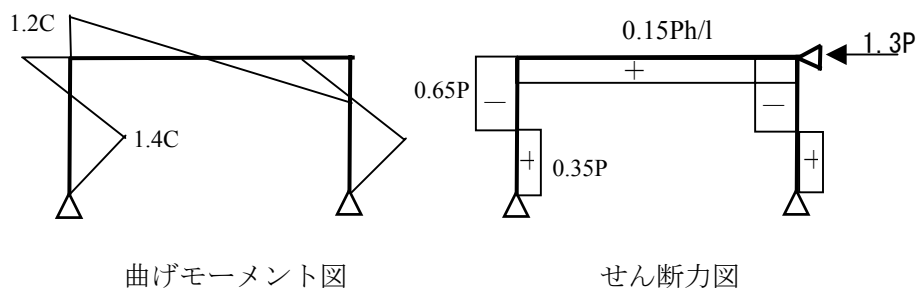


図 4-3 固定端モーメントによる応力

柱頭の水平外力はゼロにもかかわらず、柱にはせん断力が発生している。そのため、せん断力は釣合がとれず、図のような仮想支持点に反力が生じる。この反力を消去するために、強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(4.5)$$

を与え、その際の断面力分布を求める。強制変位を与えると部材 1、3

には、次に示す基本応力が発生する。ただし、ここでは  $X_1$  は 1 とする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= -50 \cdot k_1 \cdot X_1 = -50 \\ M_{43} &= 0 \\ M_{34} &= -50 \cdot k_3 \cdot X_1 = -50 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.6)$$

上の基本応力を用いて、固定法で応力解析を行う。

表 4-2 例題 4-1 の固定法の表

	下柱	右はり	外力
DF	0.2	0.8	
FEM	-50	0	50
D1	10	40	
C1	0		0
D2			
C2			
D3			
C3			
D4			
計	-40	40	



上記の解析結果を用いて、強制変位による応力状態を以下に図示する。  
ただし、C が 100 であることを考慮する。

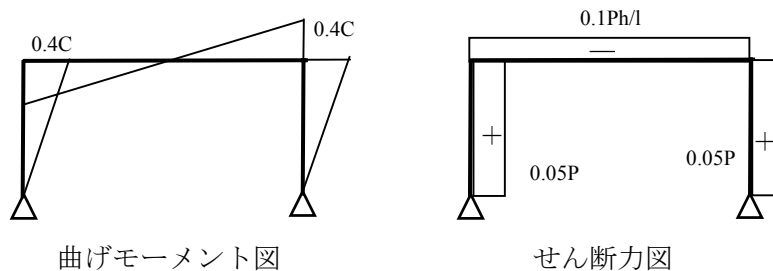


図 4-4 強制変位による応力

以上の結果を用いて、柱頭における層せん断力と水平外力との釣合を考察する。図 4-5 には、柱頭部分で切断したときの水平方向のせん断力と外力を示す。同図より、水平方向の力の釣合は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} 1.3P - 2(0.05P \cdot X_1) &= 0 \\ 0.1X_1 &= 1.3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.7)$$

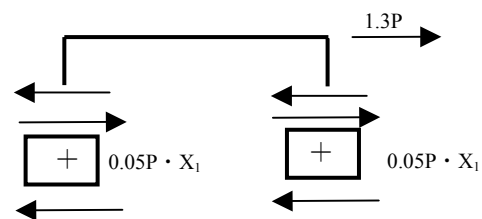


図 4-5 柱頭での水平方向の力の釣合

上式を解いて、 $X_1$ を以下のように求める。

$$X_1 = 13.0 \quad \dots\dots(4.8)$$

図 4-4 に求めた  $X_1$  の値を掛け、図 4-3 の断面力と重ね合わせることで、実際の応力状態が得られる。以下に材端モーメントと柱中央の曲げモーメントを求めてみよう。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= 1.2C - 0.4C \cdot 13.0 = 1.2C - 5.2C = -4.0C \\ M_c &= -1.4C + 0.5 \cdot (-0.4C) \cdot 13.0 = -1.4C - 2.6C = -4.0C \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.9)$$

以上をまとめると、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図は、次のようになる。

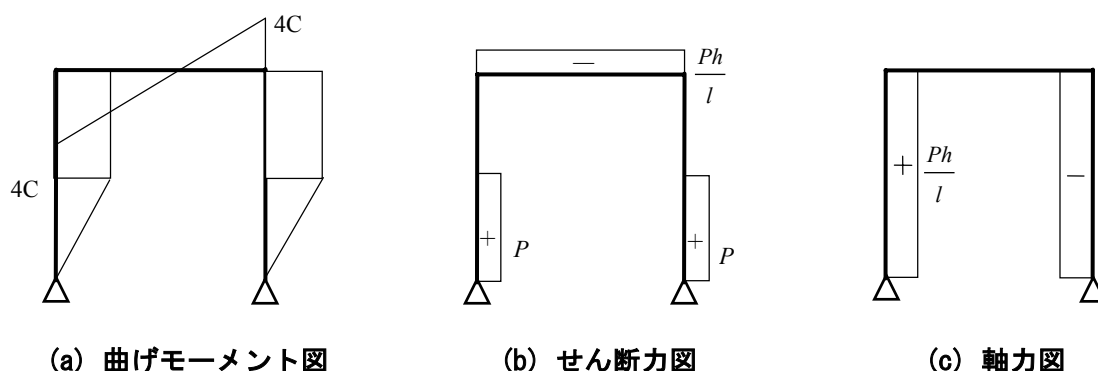


図 4-6 例題 4-1 の断面力分布

せん断力図と軸力図より、反力が求められ、まとめた図が図 4-6(d) に示される。同図を利用して、外力と反力の釣合を確認する。上下方向と水平方向の釣合が満たされていることは同図より容易に理解できる。また、節点 1 における外力と反力によるモーメントの釣合は

$$M_1 = P \cdot \frac{h}{2} + P \cdot \frac{P}{2} - \frac{Ph}{l} \cdot l \rightarrow 0 \quad \dots\dots(4.10)$$

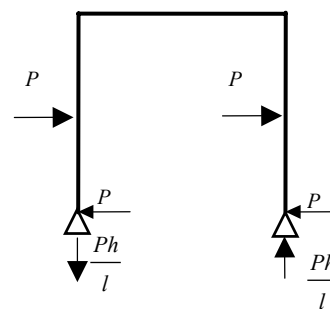


図 4-6(d) 反力図

となり、釣合がとれていることが分かる。

**例題4-2** ピン支持を有する門型骨組に等分布の水平荷重が加わる場合の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

例題 4-1 で用いた骨組に等分布荷重が加わる場合について応力解析を行う。

まず、柱部材の基本応力を求めることにする。

$$\left. \begin{aligned}
 C_{12} &= C_{43} = 0 \\
 C_{21} &= C_{34} = C + 0.5C = 1.5C \\
 C &= \frac{\bar{P}_w h^2}{12} \\
 M_0 &= \frac{\bar{P}_w h^2}{8} = 1.5C \\
 Q_d &= Q_{12} = Q_{43} = \frac{\bar{P}_w h}{2} - \frac{1.5C}{h} = \frac{9C}{2h} \\
 Q_u &= Q_{21} = Q_{34} = -\left(\frac{\bar{P}_w h}{2} + \frac{1.5C}{h}\right) = -\frac{15C}{2h}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.11)$$

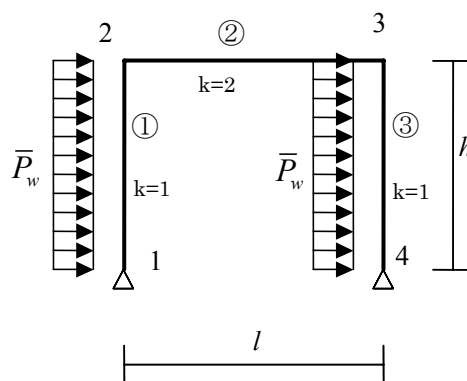


図 4-7 例題 4-2 の骨組と荷重

部材 1、3 は一端ピン支持の有効剛比を、また、変形と応力が逆対称となることから部材 2 は、逆対称部材として有効剛比を求める。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{k}_1 &= \bar{k}_3 = 0.75k_1 = 0.75 \\
 \bar{k}_2 &= 1.5k_2 = 3.0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.12)$$

上式を用いると、節点 2 における分割率は、

$$\left. \begin{aligned}
 DF_c &= 0.75 / (0.75 + 3.0) = 0.2 \\
 DF_b &= 3.0 / (0.75 + 3.0) = 0.8
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.13)$$

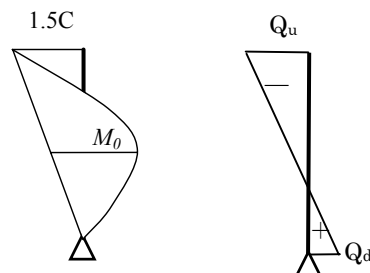


図 4-8 中間荷重による柱の基本応力

となる。

まず、固定端モーメントに対する応力解析を、固定法を用いて行う。ただし、C を 100 として計算を行う。表を用いて解析を行うが、例題 4-1 と全く同じであることが分かる。

表 4-3 例題 4-2 の固定法の表

	下柱	右はり	外力
DF	0.2	0.8	
FEM	150	0	-150
D1	-30	-120	
C1	0		0
D2			
C2			
D3			
C3			
D4			
計	120	-120	



柱中央部の曲げモーメントは、

$$M_c = 1.5C - 0.5 \cdot 1.2C = 0.9C \quad \dots\dots(4.14)$$

となり、また、柱のせん断力は、次式のように得られる。

$$\begin{aligned} {}_1Q_d = {}_3Q_d &= \frac{9C}{2h} + \frac{0.3C}{h} = \frac{9.6C}{2h} = 0.4\bar{P}_w h \\ {}_1Q_u = {}_3Q_u &= -\frac{15C}{2h} + \frac{0.3C}{h} = -\frac{14.4C}{2h} = -0.6\bar{P}_w h \end{aligned} \quad \dots\dots(4.15)$$

以上の結果より、曲げモーメント図とせん断力図を以下に示す。せん断力図より、仮想支持点には水平反力が生じていることが分かる。

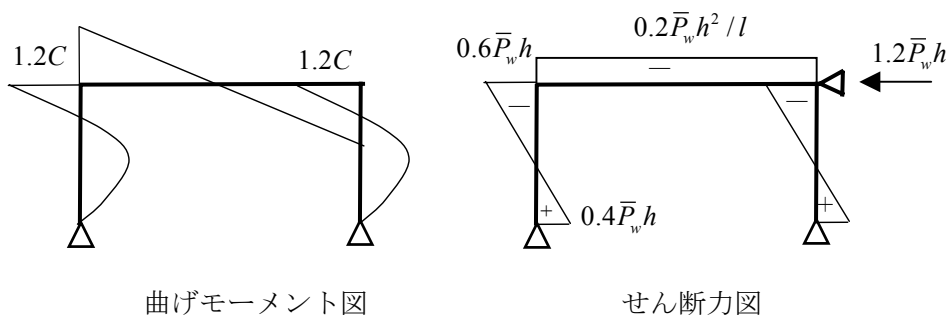


図 4-9 固定端モーメントによる応力

次に、上記の反力を消去するために、骨組に反力とは逆方向の外力を加える。まず、強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \quad \dots\dots(4.16)$$

を与えると、部材 1、3 には、次に示す基本応力が発生する。ただし、

ここでは、 $X_1$ は1とし、100はCであるとする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= -50 \cdot k_1 \cdot X_1 = -50 \\ M_{43} &= 0 \\ M_{34} &= -50 \cdot k_3 \cdot X_1 = -50 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.17)$$

上の基本応力を用いて、固定法で応力解析を行う。

表 4-4 例題 4-2 の固定法の表

	下柱	右はり	外力
DF	0.2	0.8	
FEM	-50	0	50
D1	10	40	
C1	0		0
D2			
C2			
D3			
C3			
D4			
計	-40	40	



上記の解析結果を用いて、強制変位による応力状態を図示する。ただし、柱に生じるせん断力は、次式で与えられる。

$$Q_u = Q_d = 0.4C/h = \frac{0.4\bar{P}_w h^2}{12h} = 0.0333\bar{P}_w h \quad \dots\dots(4.18)$$

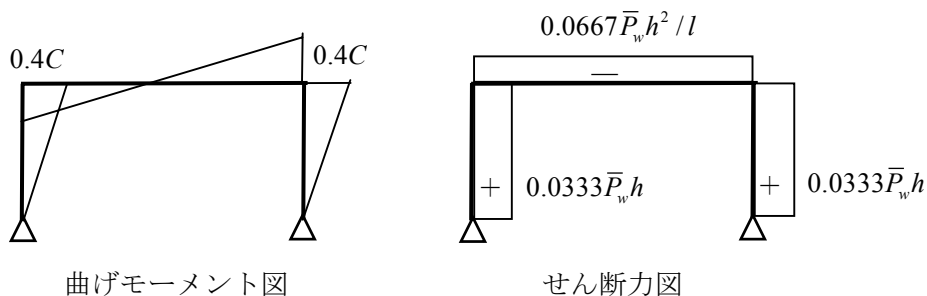


図 4-10 強制変位による応力

以上の結果を用いて、柱頭における層せん断力と水平外力との釣合を考察する。図 2-11 には、柱頭部分で切断したときの水平方向のせん断力と外力を示す。

$$\begin{aligned} 1.2P_w h - 2(0.0333\bar{P}_w h \cdot X_1) &= 0 \\ 0.0667X_1 &= 1.2 \end{aligned} \quad \dots\dots(4.19)$$

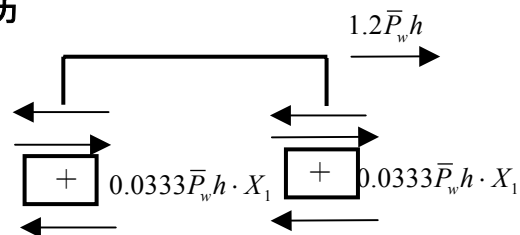


図 4-11 柱頭での水平方向の力の釣合

上式で、第1項は固定端モーメントによって生じる仮想支持点の反力  
に釣合う水平外力であり、第2項は、強制変位によって生じる柱のせん  
断力である。上式を解いて、 $X_1$ を以下のように求める。

$$X_1 = 18.0 \quad \dots\dots(4.20)$$

図4-10の断面力分布に、求めた $X_1$ の値を掛け、図4-9の断面力と重  
ね合わせることで、実際の応力状態が得られる。以下に材端モーメント  
と柱中央の曲げモーメントを求める。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= 1.2C - 0.4C \cdot 18.0 = 1.2C - 7.2C = -6.0C \\ M_c &= -0.9C + 0.5 \cdot (-0.4C) \cdot 18.0 = -0.9C - 3.6C = -4.5C \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.21)$$

柱のせん断力は、基本応力のせん断力 $Q_u, Q_d$ に材端の曲げモーメント  
 $\bar{M}_{ij}$ と $\bar{M}_{ji}$ によって生ずるせん断力を加えれば良い。

$$\left. \begin{aligned} Q_d &= 0.4\bar{P}_w h + 0.0333\bar{P}_w h \cdot 18.0 = \bar{P}_w h \\ Q_u &= -0.6\bar{P}_w h + 0.0333\bar{P}_w h \cdot 18.0 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.22)$$

次に、得られた各応力から、曲げモーメント図、せん断力図と軸力図  
を描く。

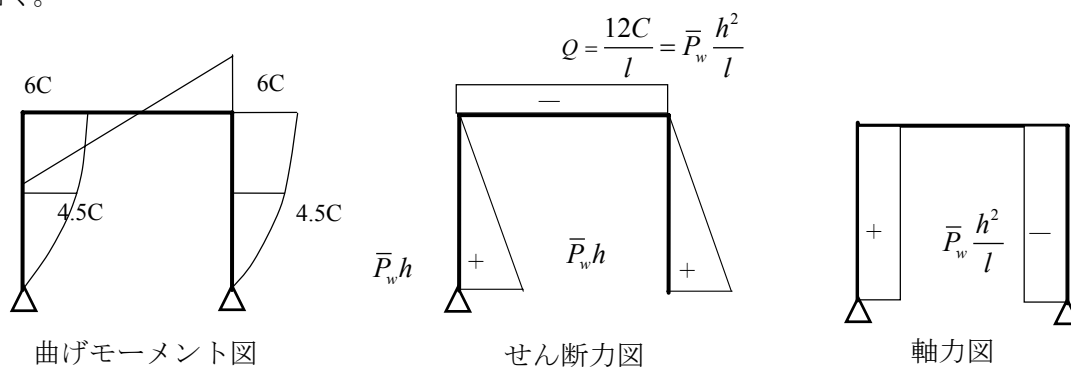


図4-12 曲げモーメント、せん断力、軸力図

上の各断面力から、反力が図のように得られ、外力と反力によ  
って上下方向の釣合、水平方向の釣合がとれていることが分  
かる。また、節点1に関するモーメントの釣合は

$$M_1 = \bar{P}_w h \cdot \frac{h}{2} + \bar{P}_w h \cdot \frac{h}{2} - \bar{P}_w \cdot \frac{h^2}{l} \cdot l = 0 \quad \dots\dots(4.23)$$

となり、これも釣合がとれている。

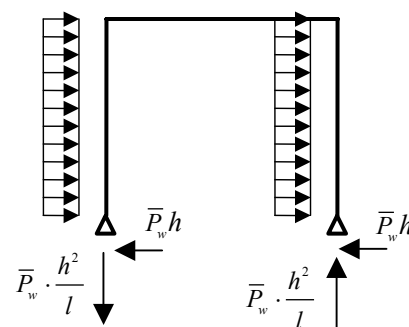


図4-13 反力と外力



4.3 課題 1

本節では、例題 4-1 を、SPACE を用いて数値解析を実施し、固定法で求めた結果と比較する。まず、例題 4-1 を以下に示す。ただし、ここでは、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、スパンは 6m とし、階高は 3m とする。使用する部材の断面二次モーメントは 23500 cm<sup>4</sup> であり、ヤング係数は 20500kN/cm<sup>2</sup> とする。ただし、これらの値は、SPACE のデータベースより求めた値である。

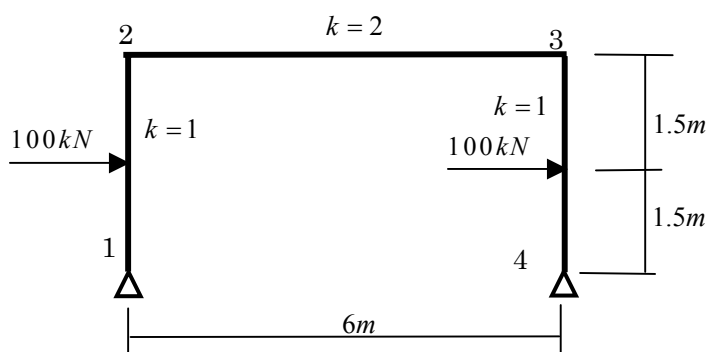


図 4-14 例題 4-1 の門型ラーメン

固定法で求めた断面力の分布は、図 4-6 で与えられている。ここで、各断面力の値を求めておこう。まず、固定端モーメントは、

$$C = \frac{Ph}{8} = \frac{100 \cdot 3}{8} = 37.5kNm \quad \dots\dots(4.24)$$

となり、また、材端モーメントは、式(4.9)より、次式のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} M_{21} &= -4C = -4 \cdot 37.5 = -150kNm \\ M_{23} &= 4C = 150kNm \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.25)$$

同じく、柱の中央の曲げモーメントは、式(4.9)より

$${}_1M_C = 4C = 150kNm \quad \dots\dots(4.26)$$

部材のせん断力は、図 4-6 (b) より、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_d &= P = 50kN; \quad \bar{Q}_a = 0 \\ \bar{Q}_b &= -Ph/l = \frac{100 \cdot 3}{6} = 50kN \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.27)$$

得られた結果を参考に、図4-6(a)と4-6(b)及び4-6(c)より、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図が、次のように求められる。

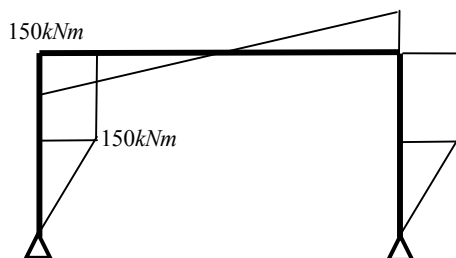


図 4-15(a) 曲げモーメント図

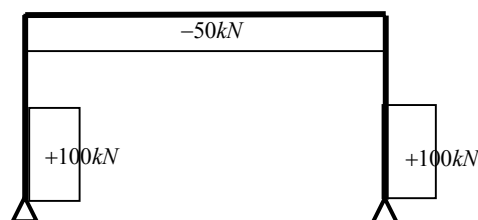


図 4-15(b) せん断力図

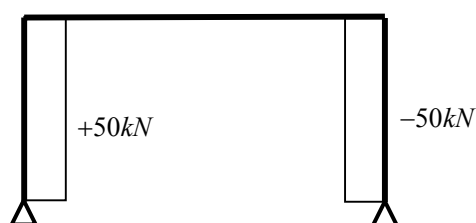


図 4-15(c) 軸力図

柱頭の水平変位は、式(4.8)と(4.5)より、次式で与えられる。ここで、 $C$ を100として解析していることより、

$$\begin{aligned}
 K_0 &= \frac{2EI}{h} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{300} = 3.212 \cdot 10^6 \\
 \delta &= Rh = \frac{\psi h}{-3K_0} = \frac{X_1 Ch}{-3K_0} = \frac{13 \cdot 37.5 \cdot 100 \cdot 3 \cdot 100}{3 \cdot 3.212 \cdot 10^6} \\
 &= \frac{1.4625 \cdot 10^7}{9.636 \cdot 10^6} = 1.518 \text{ cm} \quad \dots\dots(4.28)
 \end{aligned}$$

次に、SPACEを用いて、数値計算を実施する。まず、SPACEを起動する。このSPACEの「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「固定法演習解析モデル」-「第4章」フォルダ内の「課題1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「門型ラーメン.ct1」としよう。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前章とほぼ同じであり、異なる部分のみ説明することになる。

最初は、初期設定ウィザードが自動的にダイアログを表示させるので、これに従ってデータを入力すれば良い。まず、タイトルを入力し、次に平面フレームを選択し、構造物の規模として、「スパン数」を1に、階数は1にセットする。次に、スパン長を600cmに、階高を300cmにセットする。

さらに、使用する部材断面を作成登録する。ここでは、鉄骨を選択し、材料は SS400 を、また、部材モデルは弾性とする。断面は、H-400x200x8x13 とし、DB 値を採用する。梁用の断面を G1 として設定し、また、柱用は、同じ断面で設定し、記号を C1 とする。要素データが設定終了後、OK ボタンを押して、CAD 画面に戻る。

図 4-16 のように CAD 画面を使用して、柱と梁を設定する。その際、柱は 2 分割に、梁は 1 分割とする。また、柱の部材回転は 0 とする。骨組の形状が設定されると、次にピン支持境界と荷重を割り付ける。

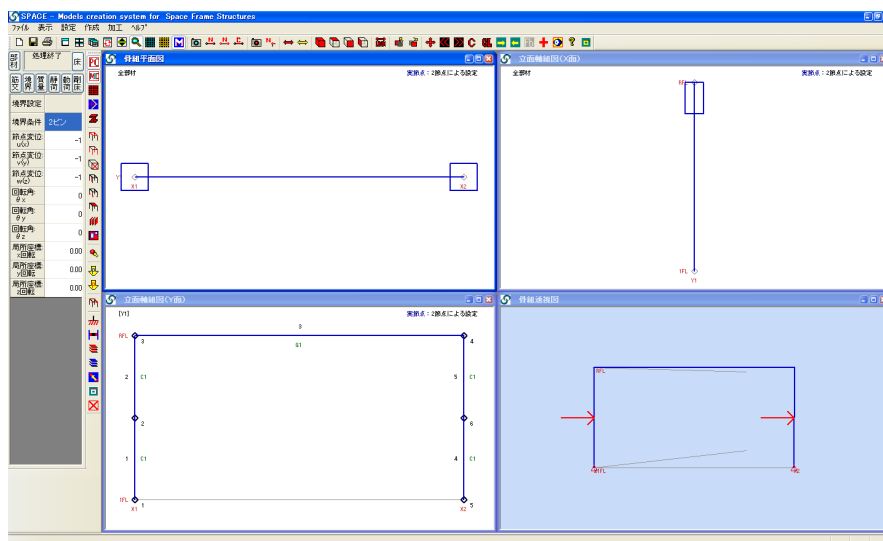


図 4-16 CAD 画面で骨組モデルを割り付ける

図 4-16 の右下の子ウインドウで、右クリックしてプルダウンメニューを表示させ、「透視図表示項目選択」を選択する。当該ダイアログが表示されるので、境界と静的荷重\_1 にチェックマークを入れ、OK ボタンを押すと、上図のように荷重と境界が表示され、設定を確認する。

再度、「要素データ登録」チップを押して、「要素データ登録」ダイアログを表示させ、「変更・削除・復帰」ボタンを押す。図 4-20(a) に示される断面に関する情報の中で、柱・梁共に断面積の値を 1000 倍にして軸方向の剛性を上昇させ、見かけ上、部材の軸方向変位が生じないようにする。さらに、梁の断面二次モーメントを 4 倍に変更する。変更後は、図 4-17(b) に示される。

要素データ変更

断面変更

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	せん断弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面極二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	z軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸区せん (cm <sup>2</sup> )
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	83.37000	35.68000	23500.00000	1740.00000	
2	有効	C1	1	20500.0000	7900.0000	83.37000	35.68000	23500.00000	1740.00000	

図 4-17(a) 変更前（解析モデルに合わせるために、断面特性を変更する）

要素データ変更

断面変更

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	せん断弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面極二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	z軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸せん断係数 (cm <sup>2</sup> )
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	83370.00	35.68000	94000.00000	1740.00000	
2	有効	C1	1	20500.0000	7900.0000	83370.00	35.68000	23500.00000	1740.00000	

図 4-17 (b) 変更後（解析モデルに合わせるために、断面特性を変更する）

解析モデルを全て設定した後、メニューの「ファイル」→「ファイルへの出力」を選択すると図 4-18 のダイアログが表示される。ここで、「構造ファイル」と「静的荷重ファイル\_1」、情報ファイルを指定し、OK ボタンを押して出力する。

解析を実施する前に、解析用パラメータを設定する。まず、SPACE のメニューより、図 4-19 に示す「静的解析用コントロール」ダイアログを表示させ、図のように設定する。線形解析であるため、1 回の解析で良いわけであるが、ここでは、アニメーションなどの表示の都合上、図のように荷重増分法を用い、20 回に分けて計算する。次に、「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログを表示させ、図 4-20 のように設定する。ここでは特に、「せん断変形を考慮しない」と「応力出力」にチェックマークを入れ、OK ボタンを押して次に進む。

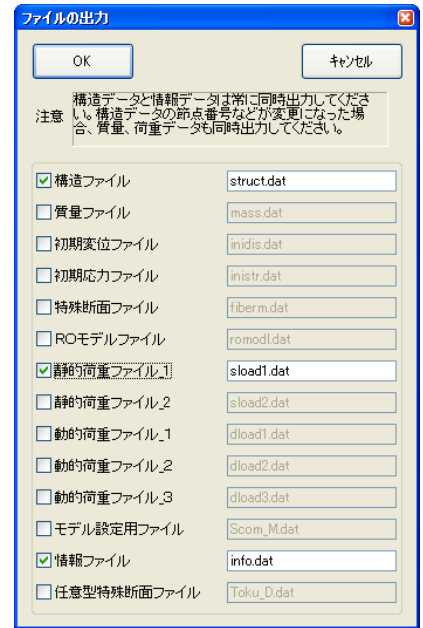


図 4-18 「解析モデルのファイル出力」ダイアログ



図 4-19 「静的解析用コントロール」ダイアログ

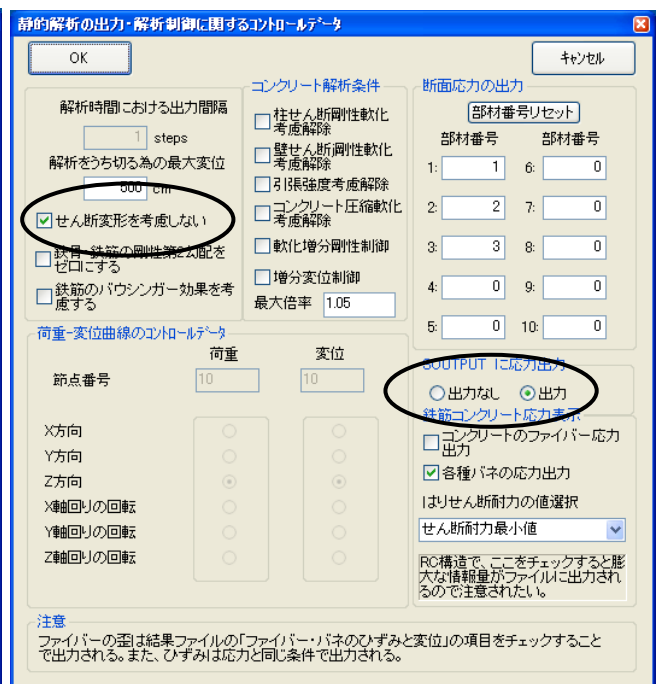


図 4-20 「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログ

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。

解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 4-21 に示す。図に見られるように両者の断面力は良い一致を示している。

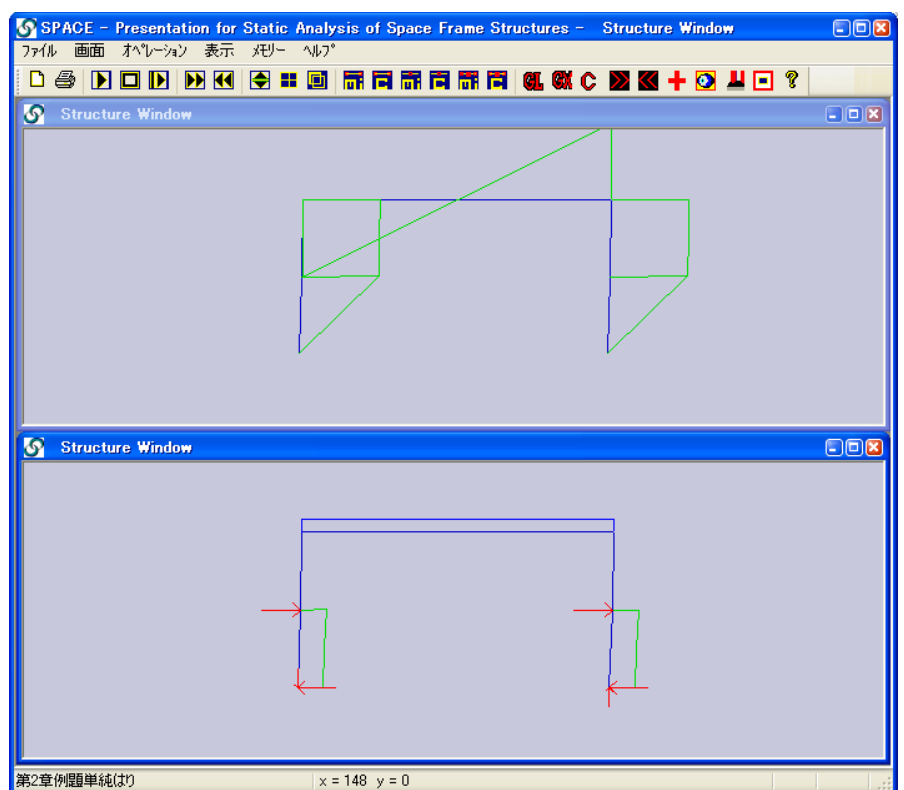
```

ded step number: 20 -----
able number: 0
番号 部材モデル      Nx      Qy      Qz      Mx      My      Mz
1      1      50.0008  0.0000 -100.0000  0.0000  0.0000  0.0000
      1      50.0008  0.0000 -100.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
2      1      50.0000  0.0000  0.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
      1      50.0000  0.0000  0.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
3      1      0.0004  0.0000  50.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
      1      0.0004  0.0000  50.0000  0.0000  15000.0002  0.0000
4      1     -49.9992  0.0000 -100.0000  0.0000  0.0000  0.0000
      1     -49.9992  0.0000 -100.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
5      1     -50.0000  0.0000  0.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
      1     -50.0000  0.0000  0.0000  0.0000 -15000.0002  0.0000
    
```

**図 4-21 課題の静的解析結果である部材断面力**

次に静的プレゼンターを起動し、図 4-22 に示すように、せん断力図と曲げモーメント図を表示させる。右図と固定法で求めた図 4-15 の曲げモーメント分布とせん断力分布は、一致している。

**図 4-22 課題のせん断力分布と曲げモーメント分布**



さらに、図 4-22 の柱頭位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 4-23 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式 (4.28) と示される節点変位と同じ値となっている。



図 4-23 骨組柱頭の水平方向変位

本節では、固定法における対称条件と逆対称条件の扱い方についてまとめてみよう。たわみ角法の第 3.7 節で、整形骨組を 2 つに分類したが、ここでも、同様にこれらの条件の設定方法をまとめる。

対称条件や逆対称条件を考える際、骨組を図 4-24 に示すように、次の 2 つに分類する。タイプ 1 は、中心軸が梁の真ん中にある場合、また、タイプ 2 は柱の軸心にある場合である。これらの骨組は、基本的には、対称条件あるいは逆対称条件によって、中心軸を境に半分の骨組について、解析を行うことになる。

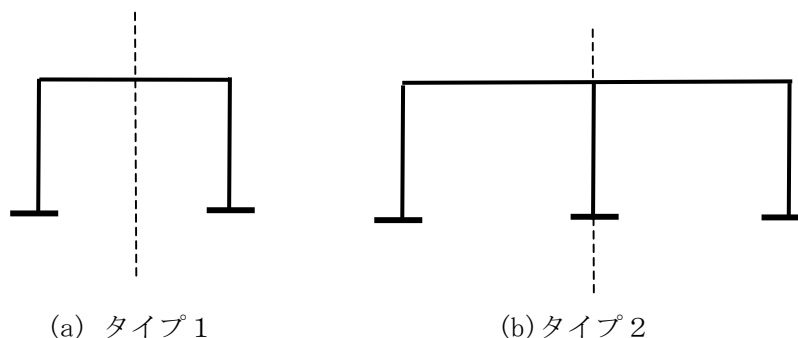


図 4-24 2 種の対称形状と対称剛性を有する骨組

## 1) タイプ 1 の骨組

### 1.1 対称条件

## 4.4 対称条件と 逆対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じで、回転方向が逆となる。

柱に部材角は生じない。

上の条件より、固定法の解析は中心軸を境に半分の骨組について行う。中心軸上に存在する梁の曲げ剛性は、次の有効剛比を用いる。

$$k_e = 0.5k \quad \dots\dots(4.29)$$

1.2 逆対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じとなる。

上の条件より、材中央に中心軸を有する梁部材は、次の有効剛比を用いて解析が行われる。

$$k_e = 1.5k \quad \dots\dots(4.30)$$

2) タイプ2の骨組

1.1 対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じで、回転方向は逆となる。

柱に部材角は生じない。

上の条件によって、中心軸上の柱には断面力は発生しない。また、中心軸上の節点回転角はゼロとなる。このことから、左図のタイプ2では、右図の骨組を解くことと同じとなる。特に、中心軸上節点は固定境界とする。

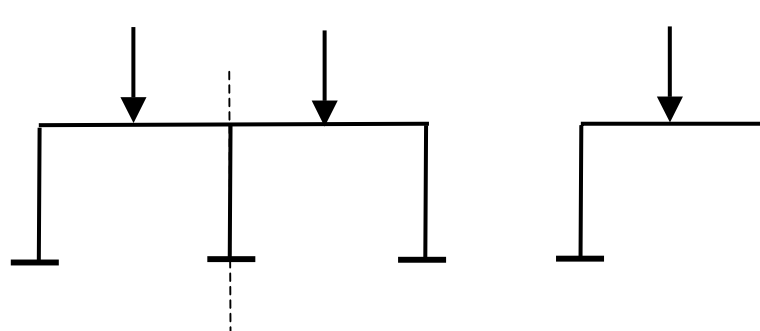


図4-25 タイプ2の骨組の対称条件を用いた解析モデル

1.2 逆対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じとなる。

骨組を2つに分割するため、材中央に中心軸を有する柱部材は、曲げ剛性を半分に、また、水平荷重も1/2にする。固定

法では、次図の右側の骨組を解析することになる。

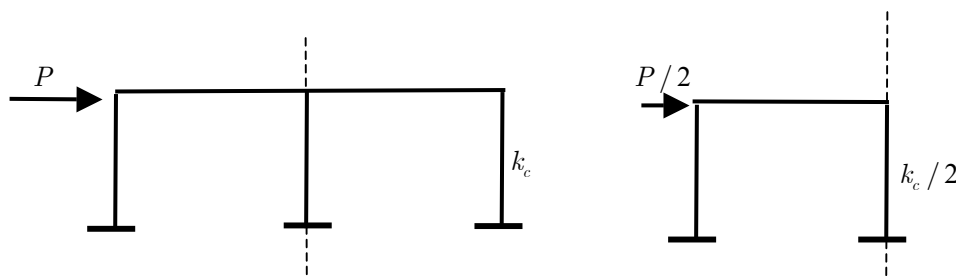
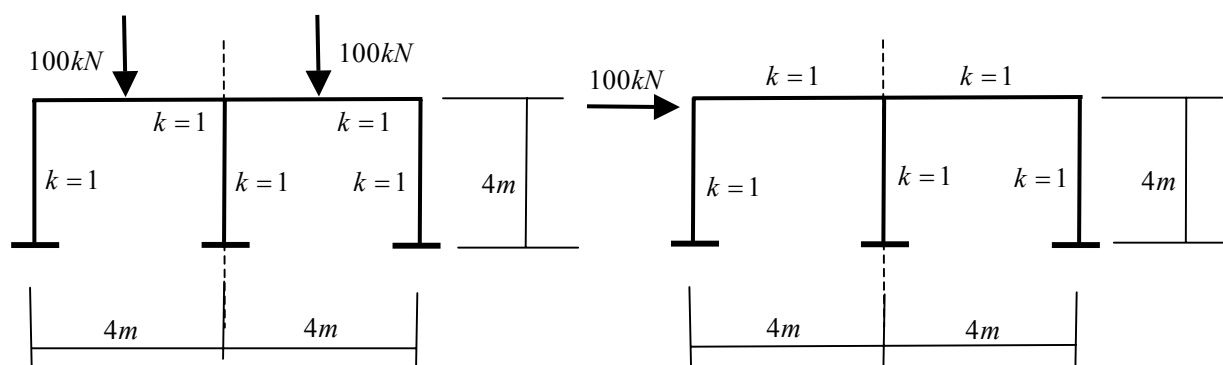


図 4-26 タイプ 2 の骨組の逆対称条件を用いた解析モデル

4.5 課題 2

本節では、前節でまとめた対称条件と逆対称条件について、実際に骨組を解析して検証してみよう。解析モデルは図 4-27 に示すように、タイプ 2 の骨組である。



(a) 対称モデル

(b) 逆対称モデル

図 4-27 タイプ 2 の骨組の対称・逆対称条件用の解析モデル

まず、上図(a)の対称モデルの解析を行う。このモデルは対称条件より、図 4-28 に示す骨組を解析することになる。梁に部材荷重が加わっていることから、基本応力を求める。

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{PL}{8} = \frac{100 \cdot 4}{8} = 50kNm \\ M_0 &= \frac{PL}{4} = 100kNm \\ Q &= \frac{P}{2} = 50kN \end{aligned} \right\} \dots\dots (4.31)$$

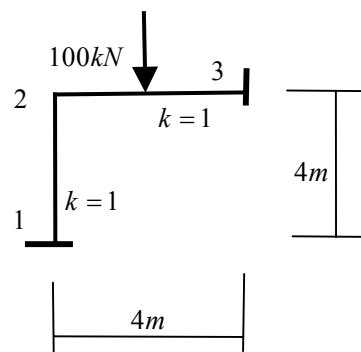


図 4-28 対称解析モデル

次に、節点 2 における分割率を計算する。



$$\left. \begin{aligned} DF_c &= 1/(1+1) = 0.5 \\ DF_b &= 1/(1+1) = 0.5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.32)$$

上の基本応力を用いて、以下の用を用いて固定法で応力解析を行う。

表 4-5 課題 2(a) の固定法の表

	下柱	上柱	右はり	外力	左はり
DF	0.5		0.5		
FEM	0		-50	50	50
D1	25		25		0
C1	0			0	12.5
D2					
C2					
D3					
C3					
D4					
計	25		-25		62.5
FEM					
C1		12.5			
C2					
C3					
計		12.5			

梁中央の曲げモーメントは、

$$M_c = 100 - 0.5(62.5 + 25.5) = 56 \dots\dots\dots(4.33)$$

となり、固定法で求めた材端モーメントと上記の梁中央の曲げモーメントより、以下の曲げモーメント図が得られる。

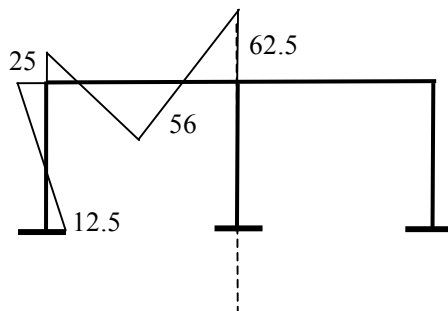


図 4-29 課題 2(a) のモデルの曲げモーメント図

次に、図 4-27(b) の逆対称モデルの解析を行う。このモデルは逆対称条件より、図 4-30 に示す骨組を解析することになる。

節点 2 及び 3 における分割率を計算する。

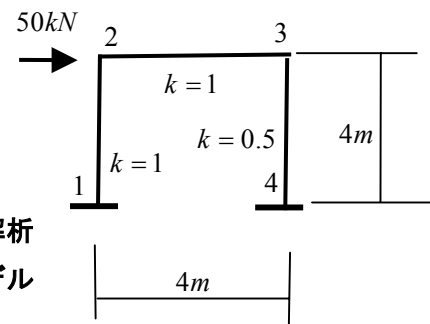


図 4-30 逆対称解析モデル

$$\left. \begin{aligned} {}_2DF_c &= 1/(1+1) = 0.5 \\ {}_2DF_b &= 1/(1+1) = 0.5 \\ {}_3DF_c &= 0.5/(1+0.5) = 0.333 \\ {}_3DF_b &= 1/(1+0.5) = 0.667 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.34)$$

強制変位である部材角

$$\psi = -100X_1 \dots\dots(4.35)$$

を与え、その際の断面力分布を求める。強制変位を与えると部材 1、3 には、次に示す基本応力が発生する。ただし、ここでは  $X_1$  は 1 とする。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -100 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{21} &= -100 \cdot k_1 \cdot X_1 = -100 \\ M_{43} &= -100 \cdot k_3 \cdot X_1 = -50 \\ M_{34} &= -100 \cdot k_3 \cdot X_1 = -50 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4.36)$$

上の基本応力を用いて、固定法で応力解析を行う。

表 4-6 課題 2(b)の固定法の表

	下柱	上柱	右はり	外力		左はり	下柱	上柱	外力
DF	0.5		0.5			0.667	0.333		
FEM	-100		0	100			-50		50
D1	50		50			33.33	16.67		
C1	0		16.67	-16.67		25	0		-25
D2	-8.34		-8.34			-16.67	-8.34		
C2	0		-8.34	8.34		-4.17	0		4.17
D3	4.17		4.17			2.78	1.39		
C3	0		1.39	-1.39		2.09	0		-2.09
D4	-0.7		-0.7			-1.39	-0.7		
計	-54.87		54.85			40.97	-40.98		
FEM		-100						-50	
C1		25						8.34	
C2		-4.17						-4.17	
C3		2.09						0.7	
計		-77.08						-45.13	

以上の結果を用いて、柱頭における層せん断力と水平外力との釣合を考察する。同図より、水平方向の力の釣合は次式となり、未定係数が得られる。

$$\begin{aligned} P \cdot h - (54.87 + 77.08 + 40.98 + 45.13)X_1 &= 0 \\ 218.06X_1 &= 200; \quad X_1 = 0.9172 \end{aligned} \dots\dots(4.37)$$

従って、固定法で求めた材端モーメントに  $X_1 = 0.9172$  を掛けることで、

層せん断力の釣合がとれることになる。図 4-31 に曲げモーメント分布を描く。この曲げモーメント分布は、図 4-30 の逆対称モデルの解であり、従って、図 4-31 (b)に実際の曲げモーメント分布を示す。

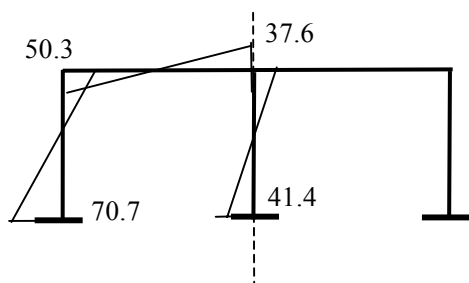


図 4-31 (a) 課題 2 (b) の逆対称モデルによる曲げモーメント

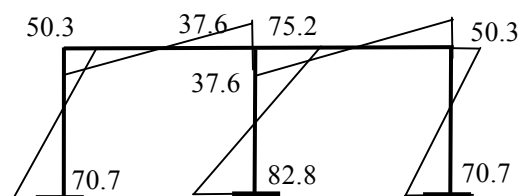


図 4-31 (b) 課題 2 (b) の曲げモーメント

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「固定法演習解析モデル」-「第 4 章」フォルダ内の「課題 2」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「2 スパン門型ラーメン.ct1」とする。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、課題 1 とほぼ同じであり、異なる部分のみ説明することになる。

鋼材は SS400 を使用し、部材断面は、柱・梁共に H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、両スパンは 4m とし、階高は 4m とする。使用する部材の断面二次モーメントは 23500 cm<sup>4</sup> であり、ヤング係数は 20500kN/cm<sup>2</sup> とする。これらの値は、SPACE のデータベースより求めた値である。

モデラーで解析モデルを作成する。図 4-32 には、対称モデルの骨組が示されている。ただし、SPACE では、図のように全骨組を用いて解析を行う。ここでは、以前のモデルと同様に、固定法の解析結果と比較するため、部材の断面積は 1000 倍に変更して使用する。

解析モデルを全て設定した後、ファイルに出力し、線

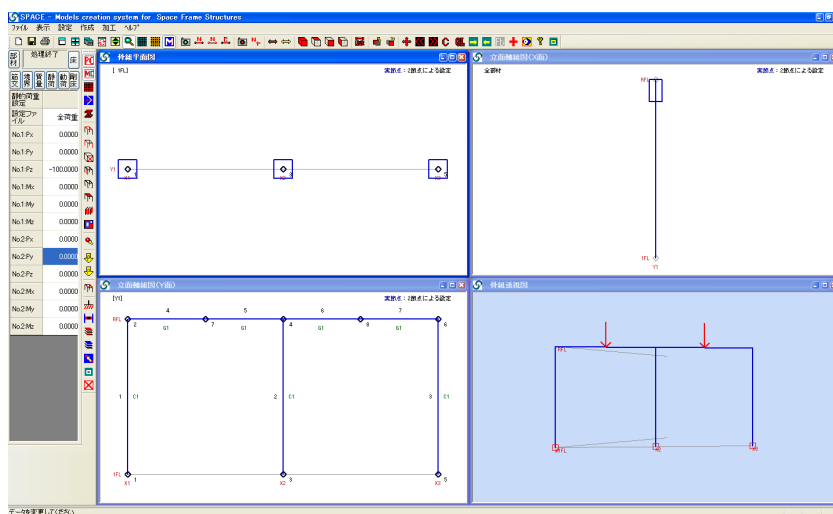


図 4-32 課題 2 の対称荷重が加わる骨組の解析モデル

形解析を実施する。

静的プレゼンターによって、解析結果が図 4-33 に示されている。図のように中央の柱には曲げモーメント及びせん断力が生じておらず、対称モデルで得た結果と同一となっている。

次に、SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 4-34 に示す。図に見られるように両者の断面力はほぼ一致している。少しの差異は、固定法による反復計算打ち切りによるものである。

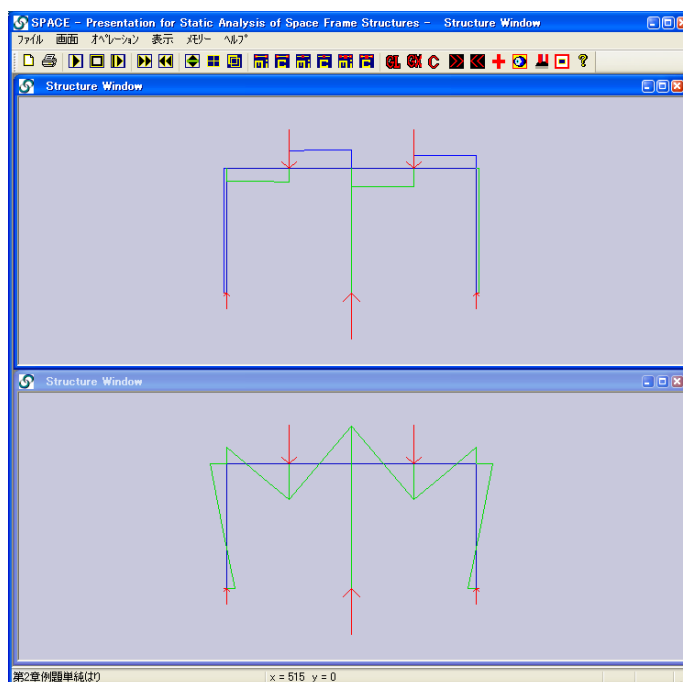


図 4-33 課題 2 の対称荷重時のせん断力分布と曲げモーメント分布

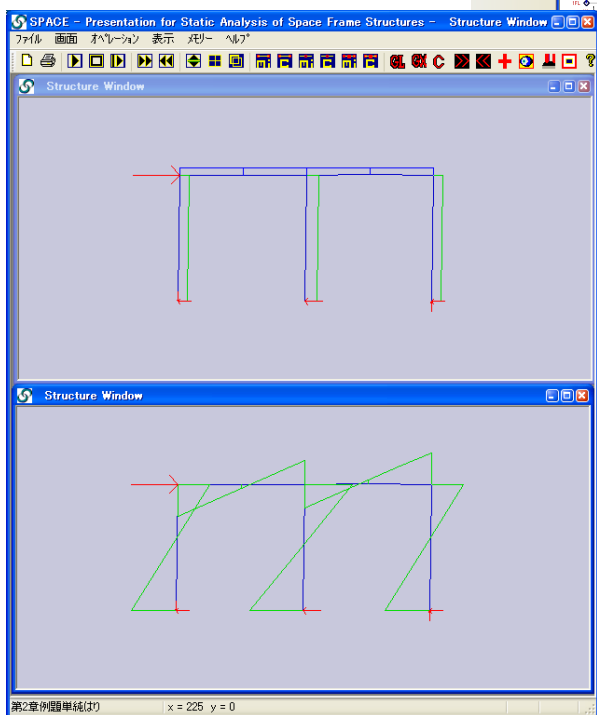
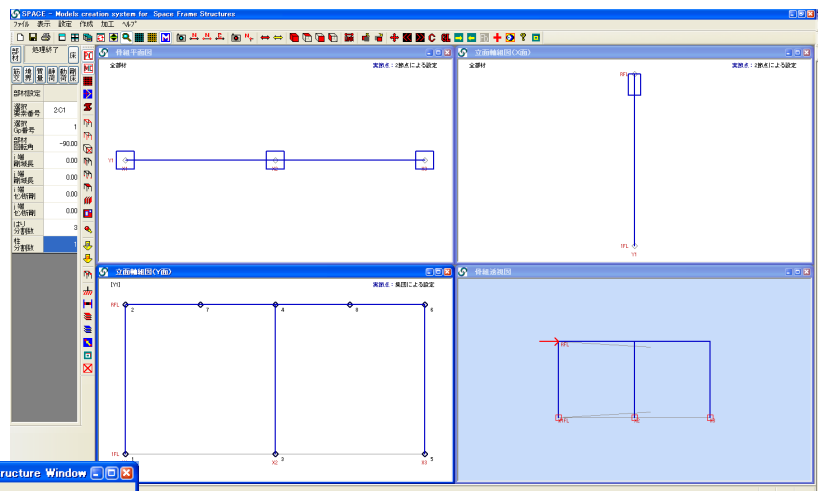
材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	-40.6257 -40.6257	0.0000 0.0000	9.3750 9.3750	0.0000 0.0000	-1249.9340 2500.0614	0.0000 0.0000
2	1	-118.7481 -118.7481	0.0000 0.0000	-0.0007 -0.0007	0.0000 0.0000	0.1399 -0.1259	0.0000 0.0000
3	1	-40.6262 -40.6262	0.0000 0.0000	-9.3760 -9.3760	0.0000 0.0000	1250.1718 -2500.2293	0.0000 0.0000
4	1	-9.3753 -9.3753	0.0000 0.0000	-40.6256 -40.6256	0.0000 0.0000	2500.0614 -5625.0568	0.0000 0.0000
5	1	-9.3753 -9.3753	0.0000 0.0000	59.3744 59.3744	0.0000 0.0000	-5625.0568 6249.8252	0.0000 0.0000
6	1	-9.3757 -9.3757	0.0000 0.0000	-59.3737 -59.3737	0.0000 0.0000	6249.8993 -5625.0358	0.0000 0.0000
7	1	-9.3757 -9.3757	0.0000 0.0000	40.6263 40.6263	0.0000 0.0000	-5625.0358 2500.2293	0.0000 0.0000

図 4-34 課題 2 の対称荷重時の静的解析結果である部材断面力

次に、逆対称荷重が加わる場合の解析を実施する。解析モデルは全て同じであることから、「第 4 章」フォルダ内の「課題 2」フォルダをコピーし、「課題 2-2」とする。異なる部分は、荷重の種類であり、モデラーを使用して、鉛直方向の部材荷重を消去し、水平方向節点荷重を設定する。作成した解析モデルを図 4-35 に示す。

解析モデルを全て設定した後、ファイルに出力し、線形解析を実施する。

静的プレゼンターによって、解析結果が図4-36に示されている。図のように中央の柱の曲げモーメントとせん断力は逆対称モデルで求めた値のほぼ2倍となっている。



次に、SPACEのメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。図4-37に見られるように両者の断面力はほぼ一致している。少しの差異は、固定法による反復計算打ち切りによるものである。

図4-35 課題2の逆対称荷重が加わる骨組の解析モデル

図4-36 課題2の逆対称荷重時のせん断力分布と曲げモーメント分布

番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	21.8756	0.0000	-30.2091	0.0000	7083.5282	0.0000
		21.8756	0.0000	-30.2091	0.0000	-5000.1047	0.0000
2	1	-0.0005	0.0000	-39.5832	0.0000	8333.3067	0.0000
		-0.0005	0.0000	-39.5832	0.0000	-7499.9566	0.0000
3	1	-21.8743	0.0000	-30.2078	0.0000	7083.2111	0.0000
		-21.8743	0.0000	-30.2078	0.0000	-4999.8933	0.0000
4	1	-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	-5000.1047	0.0000
		-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	-625.0368	0.0000
5	1	-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	-625.0368	0.0000
		-69.7907	0.0000	21.8753	0.0000	3750.0312	0.0000
6	1	-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	-3749.9255	0.0000
		-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	624.9839	0.0000
7	1	-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	624.9839	0.0000
		-30.2076	0.0000	21.8745	0.0000	4999.8933	0.0000

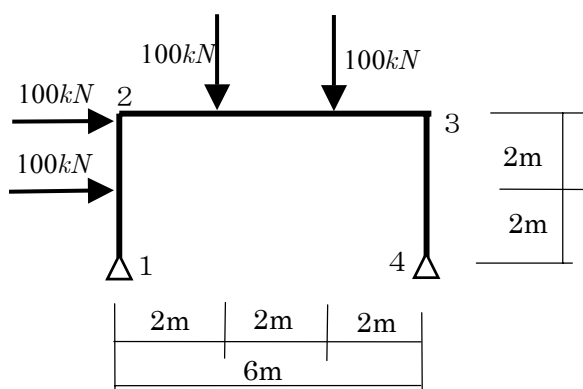
図4-37 課題2の逆対称荷重時の静的解析結果である部材断面力

4.6 まとめ

本章では、前章に続いて、柱に部材角が生じ、骨組に層間変位が発生する場合に関して、固定法による解析方法を、演習を通して学習した。特に、柱に部材荷重がある場合について学んだ。SPACE を用いて、例題の結果を検証した。

4.7 問題

**問題 4-1** 次の骨組の応力解析を、固定法を用いて実行し、曲げモーメント図、せん断力図及び軸力図を描き、さらに、反力を求めて、外力と反力の力の釣合を確認せよ。なお、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。梁・柱共に同一断面を使用するために、部材長さによって剛比が決まる。ここでは、梁の剛比を 1 とすると、柱の剛比は 1.5 となる。この値を用いて解析を実施せよ。最後に、SPACE により解析を実施し、固定法によって求めた結果と比較せよ。



問 4-1

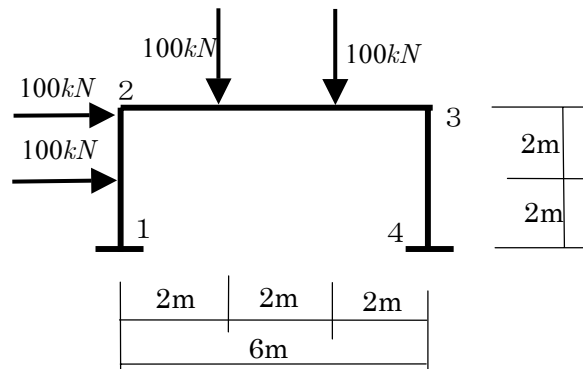


図 4-2

ヒント: 梁に等間隔に等しい集中荷重が加わる場合の基本応力は、以下のようである。

$$C = \frac{2Pl}{9}; \quad M_0 = \frac{Pl}{3} = 1.5C; \quad Q = P \quad \dots\dots(4.38)$$