

# 部材の座屈その2



構造力学 I

# 第14回講義内容

- 1) 建築学会による設計規準
- 2) 座屈長さ
- 3) 許容座屈応力
- 4) 演習
- 5) まとめ

# 弾性座屈応力

弾性座屈応力  $\sigma_E$  は次式となる。

$$\sigma_E = \frac{P_E}{A} = \frac{\pi^2 E}{l^2 \left( \frac{A}{I_z} \right)} = \frac{\pi^2 E}{\left( \frac{l}{i} \right)^2}$$

$$\sigma_E = \frac{P_E}{A} = \frac{EI_z \pi^2}{Al^2}$$

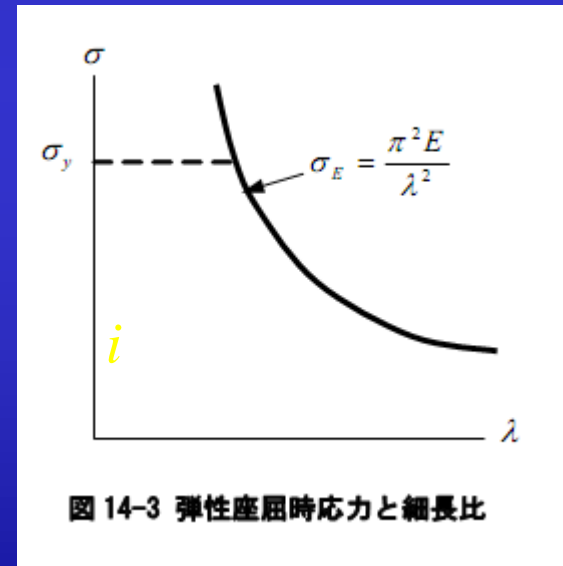
$$i^2 = \frac{I_z}{A}$$

さらに、材長と断面二次半径の比を、  
下式で示す新たなパラメータ細長比  $\lambda$   
を導入すると、

$$\lambda = \frac{l}{i}$$

弾性座屈応力は細長比を関数として  
以下のように与えられる。

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



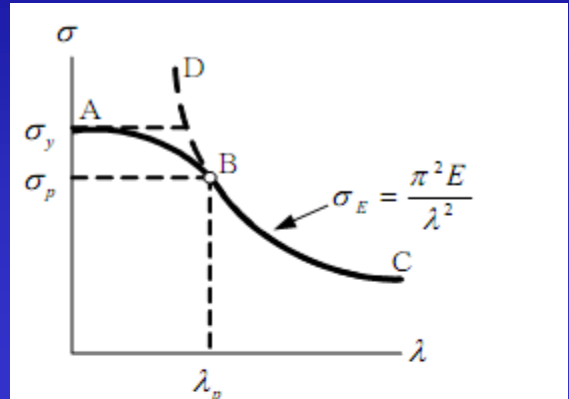
# 弾塑性座屈

オイラー座屈式はヤング係数が比例限度内であるとき成立するが、比例限度を超えると成り立たない。さらに、弾性座屈応力与えられる応力が材の降伏応力を超えると、部材は塑性座屈することになる。

比例限界応力とオイラー荷重との交点Bを通る細長比は限界細長比  $\lambda_p$  と言い、弾性座屈を生じる限界を示す最小の細長比となる。つまり、材の細長比が  $\lambda > \lambda_p$  であれば弾性座屈を起こすが、 $\lambda \leq \lambda_p$  であれば非弾性座屈を起こすことになる。限界細長比は、比例限界応力  $\sigma_p$  を弾性座屈応力式に代入し、少し整理すると次式で表される。

$$\lambda_p = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_p}}$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$



塑性座屈 (短柱)      弾性座屈 (長柱)  
図 14-4 中心圧縮を受ける材の座屈応力

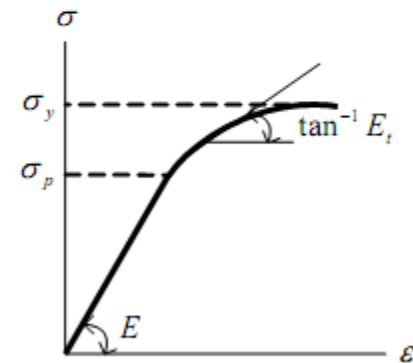
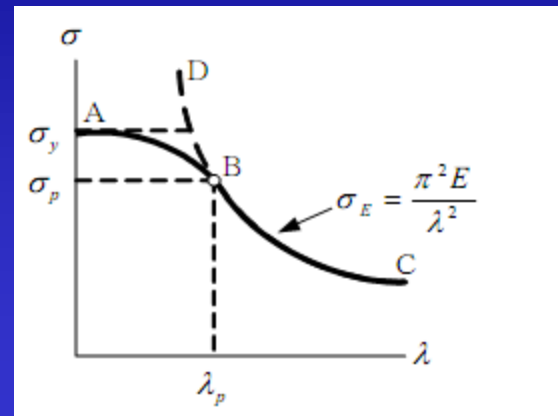


図 14-5 材の応力—ひずみ関係

## 非弾性領域の座屈応力の実験式

非弾性領域の座屈応力を実験式として与え、現在でも各国で設計式として使われている代表的な式を次に示す。



Gordon-Rankine 式 ;  $\sigma_{cr} = \frac{\sigma_y}{1 + c\lambda}$  .....(14.17)

Johnson 式 ;  $\sigma_{cr} = \sigma_y - k\lambda^2$  .....(14.18)

Tetmajor 式 ;  $\sigma_{cr} = a - b\lambda$  .....(14.19)

# 日本の建築学界規準

建築学会規準では、比例限度応力を  $\sigma_p = 0.6F$  と定め、先に述べた限界細長比  $\Lambda$  を次式としている。ここで、 $F$  は材の設計基準強度を表す。

$$0.6F = E\left(\frac{\pi}{\Lambda}\right)^2; \rightarrow \Lambda = \pi\sqrt{\frac{E}{0.6F}}$$

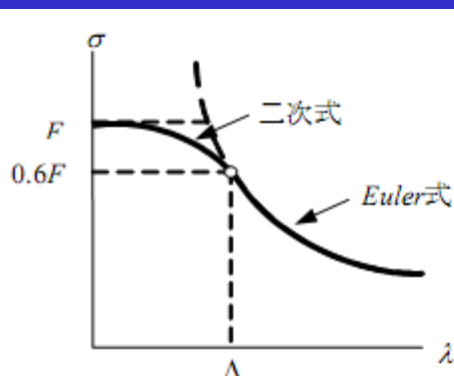


図 14-7 学会規準式における座屈時応力

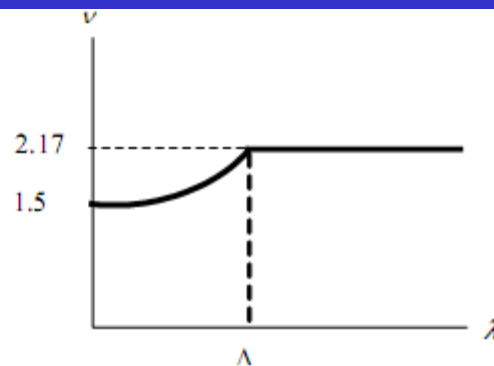


図 14-8 細長比と安全率

# 日本の建築学界規準

設計用許容応力度  $f_c$  は、材の細長比が限界細長比より大きい場合、弾性座屈としてEuler式に安全率を考慮して下式第2で表され、また限界細長比より小さい場合は、非弾性であるとして、下式第1に示すように細長比に関する2次式で与えられている。ここで使用される安全率は次式としている。ここでは、部材が細長くなるに従って、不完全さ (Imperfection)、つまり形状初期不整や残留応力が、座屈荷重に与える影響が著しくなるとして、細長比の大きい領域では大きな値となっている。

$\lambda < \Lambda$  に対し (非弾性)

$$f_c = \frac{\left\{1 - 0.4\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2\right\} F}{\nu}$$

$\lambda > \Lambda$  に対し (非弾性)

$$f_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}} \frac{0.6 F \Lambda^2}{\lambda^2} = \frac{0.277 F}{\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2}$$

安全率

$$\nu = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right)^2$$

左式は  $\lambda < \Lambda$  の範囲であり、  
この場合、つまり弾性座屈については、  
この値を用いる

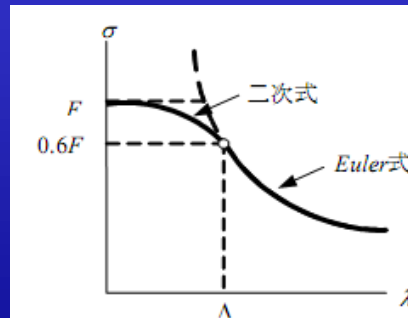


図 14-7 学会規準式における座屈時応力

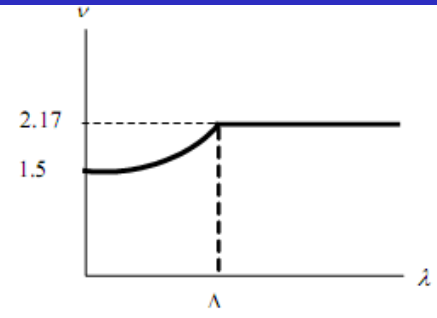
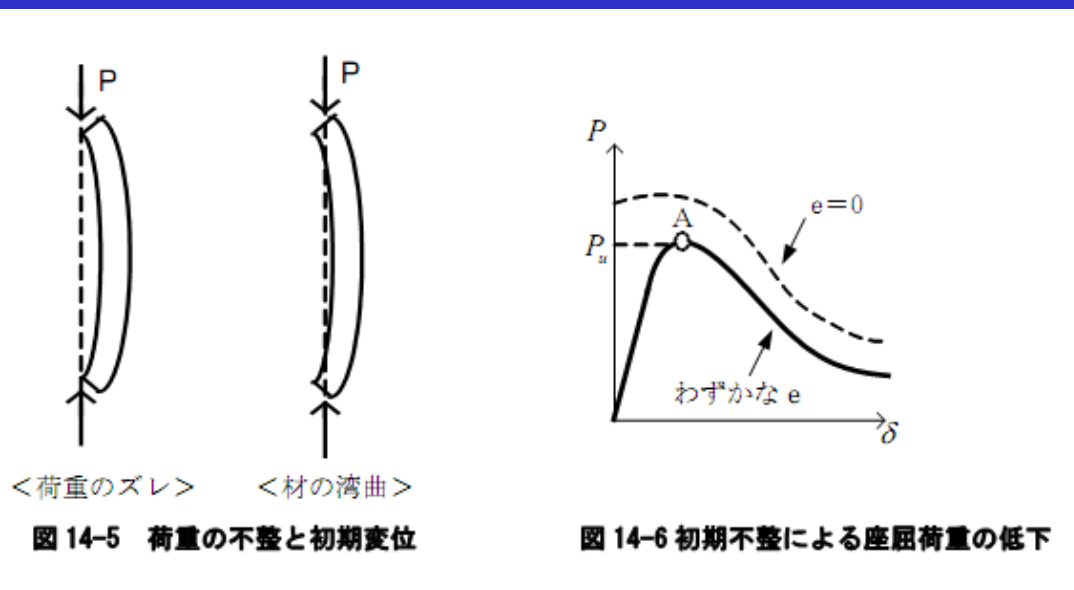


図 14-8 細長比と安全率

## 初期変位と残留応力

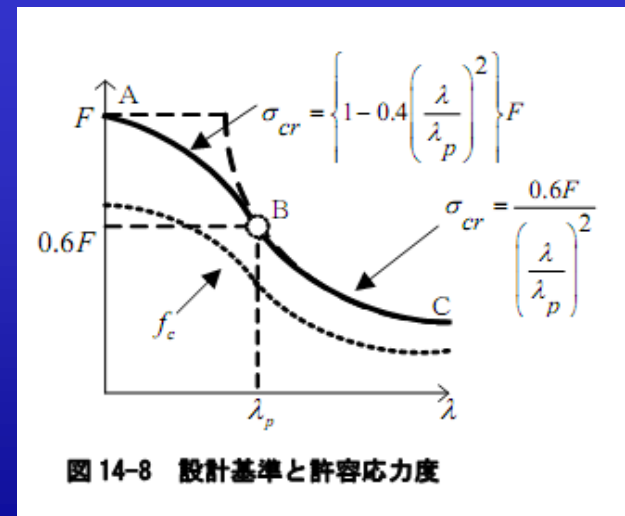
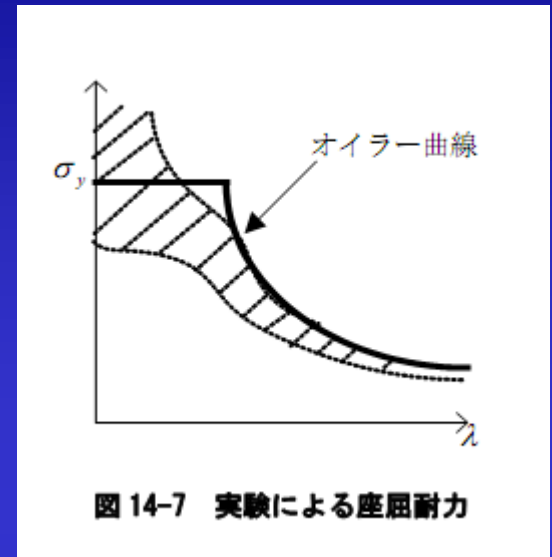
柱の座屈荷重は初期不整の影響を受けて低下することが知られている。特に、短柱では残留応力に、長柱では初期変位に大きく影響され、座屈荷重を低下させる。荷重の不整とは、図14-5のように圧縮材に加わる荷重が断面の図心からわずかにずれている場合であり、初期変位とは、材自体がわずかに湾曲している場合などである。実際の部材はわずかな不完全さを有しており、そのため初期不整を考慮して座屈解析を行い、座屈荷重に与える影響を分析し、どの程度耐力が低下しているかを知っておく必要がある。

図14-6は、荷重と材中央部のたわみの関係を表している。図中のA点が材の最大耐力となり、わずかな初期変位であっても座屈耐力が急激に低下する。



# 許容座屈応力

真っ直ぐな材に中心圧縮が加わる場合の耐力は図14-7の太線で表されるが、実際の柱材は前節でも述べたように、それぞれ不完全さ（初期変位など）を有しており、設計上中心圧縮として取り扱っても、実際は圧縮力が中心からずれている場合が多く、また、圧延形鋼や溶接で組み立てた組立圧縮材には種々の残留応力が存在し、その結果、初期変位や残留応力の影響で座屈耐力が低下している。実験結果によれば、実際の柱材の耐力は図14-7のように、座屈耐力は分散してしまう。そこで建築学会新基準により図14-8のように弾性範囲の最大耐力を、降伏点を表す基準値（F 値）の60%とし、限界細長比との交点から曲線ABを描いたものを非弾性範囲の耐力と考え、これから許容座屈応力を決めている。これらについての詳細は専門書を参照されたい。



## 例題14.1

図2-1 鋼の応力とひずみの関係

## 例題14.1の答え

図2-1 鋼の応力とひずみの関係

## 例題14.1の答え

図2-1 鋼の応力とひずみの関係

## 例題14.1の答え

図2-1 鋼の応力とひずみの関係

## 例題14.1の答え

図2-1 鋼の応力とひずみの関係

## まとめ

- 1) 建築学会による設計規準
- 2) 座屈長さ
- 3) 許容座屈応力
- 4) 演習