



第3章 層せん断力の釣合

ポイント：節点移動がある場合の釣合を考える 層せん断力と層モーメントの釣合

前章では、節点が移動しない場合について、たわみ角法を利用して構造物の応力解析を行った。本章では、節点移動がある場合について学ぶ。節点移動のある場合の解析方法は構造形状によって2つに分類されており、ひとつは、梁・柱による四角で構成された骨組で基本的に梁に部材角が生じない整形骨組（整形ラーメン）であり、他はそれ以外の骨組である。後者は、不整形形状を有しており、一般に異形骨組（異形ラーメン）といわれる。本章では、前者の整形骨組に関する解析方法を学ぶ。この種の骨組は、節点移動があっても比較的応力解析は容易である。節点移動に関する釣合は、層せん断力の釣合、あるいは層モーメントの釣合より求められる。

3.1 はじめに

キーワード

節点移動がある解析 整形ラーメン 層せん断力の釣合 層モーメントの釣合

平面骨組において、節点の変位は図3-1に示すように、一般に3自由度である。一方、たわみ角法では軸方向のひずみを見捨てるため、部材の変形状態は、両端の回転角と部材角によって決められる。このことは、応力解析に大きな影響を及ぼす。特に、手計算をする際、メリットとデメリットが発生する。

まず、不利な点について考えよう。一つは軸方向ひずみを見捨てることから、部材の軸力が全体釣合式より自動的に決定しない。二つ目は、全ての節点が独立に移動することができず、各部材の部材角間に依存関係が生じる。そのため、不整形な構造物では、釣合式を求めることが難しくなる。そこで、解析手法として、依存関係が比較的容易に求められる整形骨組と、そうでない異形骨組の2つに分けて考えることになる。

次に、有利な点について考える。節点変位 u, v の代わりに部材角を用いることで、骨組全体の自由度が減少し、方程式の解が得やすくなる。たわみ角法は変位法の一つであり、従って釣合式は次の行列形式となり、

3.2 層せん断力の釣合



図3-1 節点における自由度

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad \dots\dots(3.1)$$

最終的には、上記の方程式を解く必要が生じる。未知数が少ないことは、他の解析手法に比較してかなり有利といえる。

変位ベクトル $\{u\}$ は、たわみ角法では節点の回転角 θ_i と独立部材角 R_i で構成される。節点回転角 θ_i と同様、部材角 R_i は回転量であり、平面骨組を考える場合、回転軸は紙面に直交する方向である。従って、これら全ての回転量は同一の方向を向き、変位の適合をとる際、座標変換を行う必要がない。この点は、たわみ角法の大きな利点となる。座標変換には多くの計算を必要とするため、座標変換を必要とする手法では、コンピュータの使用を前提としなければならない。

部材の伸縮を無視するため、節点移動を表す各部材の部材角は、独立して回転できるわけではなく、依存関係が存在する。その依存関係が容易に求まるのが整形骨組である。ここでは、図 3-2 で示す 1 層 1 スパンの骨組について考えてみよう。この骨組は 3 つの部材により構成されており、3 自由度の部材角がある。ただし、節点 1、4 は支持されており、全ての部材が自由に動き得るわけではない。部材を回転して、部材①、②、③の順に x 方向、y 方向それぞれの節点変位を加えていくと、節点 4 ではゼロとならなくてはならない。このため、部材の動きには 2 つの制限条件が加わり、部材数からこの制限条件の 2 つを引いた 1 つ部材が独立に動くことができ、他の 2 つは従属的に回転量が決定される。そのため、前者は独立部材角と呼ばれ、後者は従属部材角と呼ばれる。

次に 2 層の例を考える。図 3-3 の 2 層 1 スパンの骨組では、部材数は 6 であり、図から理解できるように制限条件の閉ループは 2 つである。そのため、実際の自由度は $6 - 2 \times 2 = 2$ となり、結果、独立部材角は 2 となり、層の数に一致する。この例から分かるように、整形骨組では層数分の独立部材角が存在することになる。

次に、整形骨組における部材角間の従属関係を考えよう。図 3-4 に示されるように、部材角間の制限条件を求めるために各部材が自由に回転し得るピン接合の状態を考える。独立部材角が 1 つであることから骨組は水平方向にのみ変位する。つまり、梁には部材角が生じないことになる。また、変形した幾何学的状態より、水平変位 δ は

$$\delta = R_1 h = R_3 h \quad \dots\dots(3.2)$$

となり、部材角は $R_1 = R_3$ となることが理解できる。整理すると、

3.3 整形骨組における変形の適合

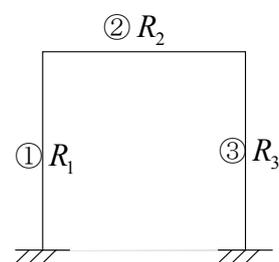


図 3-2 整形骨組の部材角

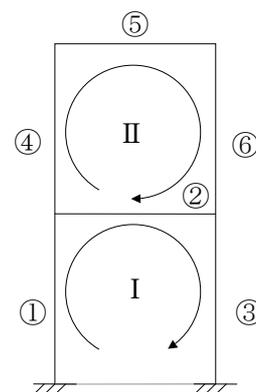


図 3-3 2 層 1 スパン ラーメン

$$R_1 = R_3 = R_l \quad R_2 = 0 \quad \dots\dots(3.3)$$

となり、第1層の部材角を R_l として定義すると都合が良い。同様な手法より、図 3-3 の2層の骨組は、以下のようなになる。この部材角を用いて、各部材の基本式が組み立てられることになる。

$$\left. \begin{aligned} R_1 = R_3 = R_l \quad ; \quad R_2 = 0 \\ R_4 = R_6 = R_{II} \quad ; \quad R_5 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.4)$$

多層・多スパンの整形骨組では、同様な手法で各層にひとつの独立部材角を設定し、たわみ角法を適用することになる。

次に、図 3-5 に示す柱の長さが異なる構造物について考える。式(3.2)を参考にすると、水平変位は

$$\delta = h_1 R_1 = h_2 R_3 \quad \dots\dots(3.5)$$

となり、部材角 R_1 , R_3 の関係は次式となる。

$$R_1 = \frac{h_1}{h_2} R_3 \quad \dots\dots(3.6)$$

この骨組の部材角は以下のようになり、梁に部材角は生じない。

$$R_1 = R_l \quad R_2 = 0 \quad R_3 = \frac{h_1}{h_2} R_l \quad \dots\dots(3.7)$$

従って、この骨組も整形であるといえる。

最後に、図 3-6 のような切妻屋根を有する骨組について考える。このような骨組では図のように梁に部材角が生じ、部材角間の従属関係は整形骨組のように簡単に決定することができない。この種の骨組は異形骨組と呼ばれ、これ等の骨組の解析手法については後章で学ぶことにする。

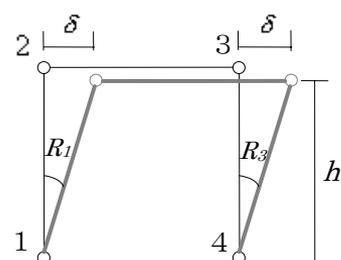


図 3-4 部材角間の関係

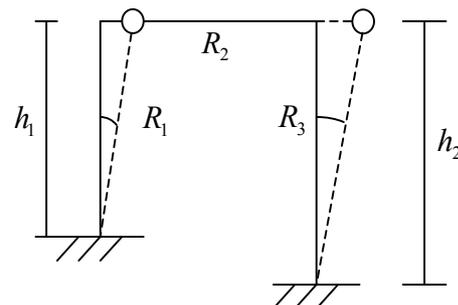


図 3-5 斜面に立つ骨組

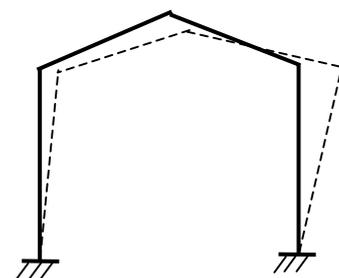


図 3-6 異形骨組

整形骨組では、独立部材角は各層に1つ存在することが分かった。従って、その層数に対応する釣合式が必要となる。ここでは、図 3-7 に示す骨組を用いて層せん断力の釣合を考えよう。

各層の梁下で切断し、その位置より上の水平力の和と、切断した柱のせん断力との釣合を考える。これらの力は当然釣合っていなければならず、水平方向の力の総和はゼロとなる。例えば、図 3-7 で示される2層の骨組における釣合式は、次の2式として得られる。

3.4 層せん断力の釣合

$$\left. \begin{aligned} {}_2Q_1 + {}_2Q_2 &= P_2 \\ {}_1Q_1 + {}_1Q_2 &= P_2 + P_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.8)$$

ここで、 ${}_1Q_1, {}_1Q_2$ は1層目の柱のせん断力であり、 ${}_2Q_1, {}_2Q_2$ は2層目のせん断力である。

一方、柱に水平方向の中間荷重がないとすると、各柱のせん断力は、

$$Q_i = \frac{-(M_{ij} + M_{ji})}{h} \dots\dots(3.9)$$

として与えられる。ここでは、図 3-8 から理解できるように材端モーメントを正とすると、せん断力が負となることに注意しなければならない。式(3.9)を式(3.8)に代入し、両辺に切断面の層高さを掛けて、整理すると

$$\left. \begin{aligned} \Sigma (M_{ij} + M_{ji}) &= -P_2 h_2 \\ \Sigma (M_{ij} + M_{ji}) &= -(P_1 + P_2) h_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.10)$$

となる。ここで Σ は切断した柱について和をとることを意味し、せん断力の総和を層せん断力、また、式(3.10)の左辺は層モーメントと呼ばれる。式(3.10)で表される釣合式はモーメントの単位を有し、層モーメントの釣合と呼ばれる。一般に、式(3.10)で表される層モーメントの釣合が、整形骨組の釣合式として用いられることになる。

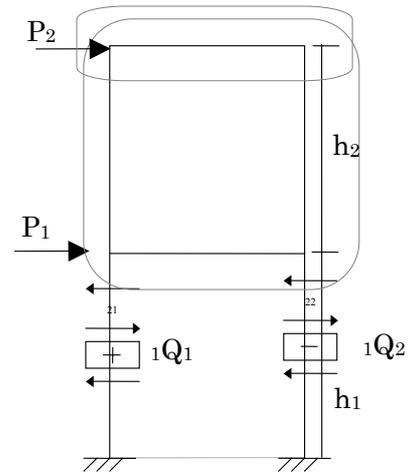


図 3-7 層せん断力の釣合

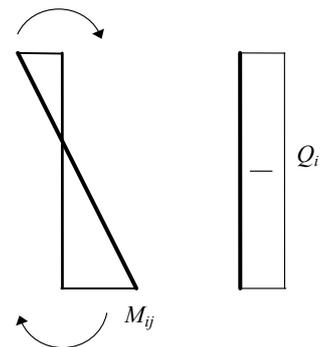


図 3-8 材端モーメントとせん断力

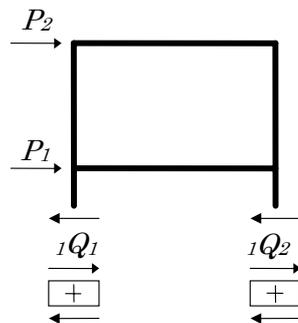


図 3-9 水平外力と柱のせん断力との釣合

例題 3-1 門型骨組に水平荷重が加わる場合の応力解析を、たわみ角法を用いて実行し、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図、並びに水平方向変位を求めよ。

図 3-10 に示す骨組を用いて、節点移動のある場合についての解析手順を考えてみよう。

この骨組は部材数 3、節点数 4 で構成され、節点 2 に水平荷重が作用

している。この骨組は、対称骨組で、荷重が逆対称であるため、図中の中央線を軸に逆対称変形となる。この逆対称の条件をどのように利用するかについては、後で説明する。解析を始める前に、まず、骨組に節点番号と部材番号を振る。この例題では、図 3-10 のように節点番号と部材番号を割り振った。

次に、3つの部材の基本式を下に示す。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_1 + \theta_2 - 3R_1) \\ M_{21} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_2 + \theta_1 - 3R_1) \\ M_{23} &= \frac{2EI_B}{l}(2\theta_2 + \theta_3) \\ M_{32} &= \frac{2EI_B}{l}(2\theta_3 + \theta_2) \\ M_{34} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_3 + \theta_4 - 3R_1) \\ M_{43} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_4 + \theta_3 - 3R_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.11)$$

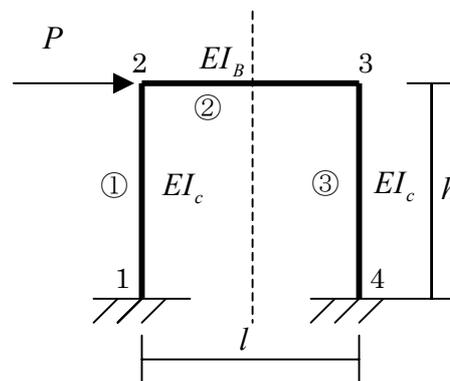


図 3-10 例題 3-1 の門型ラーメン

境界条件は、節点 1 と 4 が固定であることより次式で表される。

$$\theta_1 = \theta_4 = 0 \quad \dots\dots(3.12)$$

整形骨組であることより、梁には部材角は生じておらず、また、部材 1 と 3 の部材角は同じとする。これは既に基本式に表現されている。また、逆対称条件は、骨組の変形状態が逆対称となるために、回転角 θ_2, θ_3 は同じでなくてはならない。結果、以下の条件が与えられる。

$$\theta_2 = \theta_3 \quad \dots\dots(3.13)$$

式(3.12)と(3.13)を式(3.11)に代入すると、各部材の基本式は以下のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{2EI_c}{h}(\theta_2 - 3R_1) \\ M_{21} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_2 - 3R_1) \\ M_{23} &= \frac{2EI_B}{l}(3\theta_2) \\ M_{32} &= \frac{2EI_B}{l}(3\theta_2) = M_{23} \\ M_{34} &= \frac{2EI_c}{h}(2\theta_2 - 3R_1) = M_{21} \\ M_{43} &= \frac{2EI_c}{h}(\theta_2 - 3R_1) = M_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.14)$$

この骨組の自由度は、式(3.14)から理解できるように、逆対称条件を用いると θ_2 と R_1 の2つとなり、従って、2つの釣合式が必要となる。

次に、節点におけるモーメントの釣合を考えよう。節点2におけるモーメントの釣合は

$$M_{21} + M_{23} = 0 \quad \dots\dots(3.15)$$

として与えられる。上式に、基本式(3.14)の M_{21} と M_{23} を代入すると

$$\frac{2EI_c}{h}(2\theta_2 - 3R_1) + \frac{6EI_B}{l}(\theta_2) = 0 \quad \dots\dots(3.16)$$

となり、整理すると

$$\left(\frac{4EI_c}{h} + \frac{6EI_B}{l}\right)\theta_2 - \frac{6EI_c}{h}R_1 = 0 \quad \dots\dots(3.17)$$

として、釣合式の第1式が得られる。

層モーメントの釣合は式(3.10)を参考に、さらに、逆対称であることを考慮して、一本の柱のせん断力を使用すると

$$M_{12} + M_{21} = -\frac{Ph}{2} \quad \dots\dots(3.18)$$

として得られる。上式に基本式(3.14)の M_{12} と M_{21} を代入すると

$$\frac{2EI_c}{h}(\theta_2 - 3R_1) + \frac{2EI_c}{h}(2\theta_2 - 3R_1) = -\frac{Ph}{2} \quad \dots\dots(3.19)$$

となり、整理すると

$$\left(\frac{6EI_c}{h}\right)\theta_2 - \frac{12EI_c}{h}R_1 = -\frac{Ph}{2} \quad \dots\dots(3.20)$$

上式の両辺に-1をかけ、式(3.17)と共に行列表記すると

$$\begin{bmatrix} \frac{4EI_c}{h} + \frac{6EI_B}{l} & -\frac{6EI_c}{h} \\ -\frac{6EI_c}{h} & \frac{12EI_c}{h} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_2 \\ R_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ Ph/2 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(3.21)$$

として骨組の全体釣合式が得られる。上式から分かるように、左辺の係数行列は対称であり、このようにたわみ角法の係数行列は、常に対称行

列となる。この係数行列は一般に剛性行列と呼ばれる。

上の連立方程式を解くことによって回転角 θ_2 と部材角 R_1 が、次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_2 &= \frac{Ph}{2(k_c + 6k_b)} \\ R_1 &= \frac{2k_c + 3k_b}{6k_c(k_c + 6k_b)} \cdot Ph \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.22)$$

ここでは、新たなパラメータとして、

$$k_c = \frac{2EI_c}{h} \quad k_b = \frac{2EI_B}{l} \quad \dots\dots(3.23)$$

を用いており、各部材の曲げ剛性を表わす。

次に、各部材の応力を求めよう。釣合式を解いて得た回転角 θ_2 と部材角 R_1 をたわみ角法の基本式(3.14)に代入すると、各部材の材端モーメントが以下のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= k_c \left(\frac{1}{2(k_c + 6k_b)} - \frac{2k_c + 3k_b}{2k_c(k_c + 6k_b)} \right) Ph \\ &= \frac{k_c - 2k_c - 3k_b}{2(k_c + 6k_b)} Ph \\ &= \frac{-(k_c + 3k_b)}{2(k_c + 6k_b)} Ph \\ M_{21} &= k_c \left(\frac{2}{2(k_c + 6k_b)} - \frac{2k_c + 3k_b}{2k_c(k_c + 6k_b)} \right) Ph \\ &= \frac{-3k_b}{2(k_c + 6k_b)} Ph \\ M_{23} &= k_b \left(\frac{3}{2(k_c + 6k_b)} \right) Ph \\ &= \frac{3k_b Ph}{2(k_c + 6k_b)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.24)$$

得られた材端モーメントを用いて、節点2のモーメントの釣合がとれていることを確認しよう。また、得られた材端モーメントを用いて、各部材の応力を求め、その応力から曲げモーメ

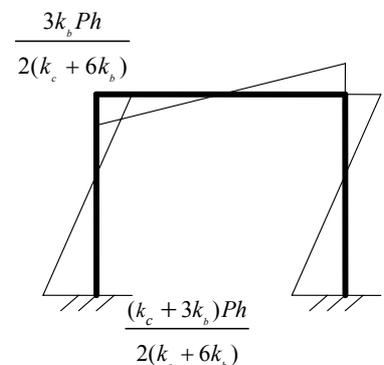


図 3-11(a) 曲げモーメント図

ント図を図 3-11(a) のように描く。なお、曲げモーメント図は、断面内の応力が引張側となるサイドに描く。

次に、曲げモーメント図を利用して各部材のせん断力を求める。その際、部材 1 のせん断力と外力との釣合を確認する。

$$\begin{aligned}
 Q_c &= -\frac{(M_{12} + M_{21})}{h} = \frac{3k_b + (k_c + 3k_b)Ph}{2(k_c + 6k_b)h} \\
 &= \frac{P}{2} \\
 Q_b &= -\frac{2M_{23}}{l} = \frac{-3k_b}{(k_c + 6k_b)} \cdot \frac{h}{l} P
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

ここで、 Q_c と Q_b は、各々、柱と梁のせん断力である。得られた各部材のせん断力から、骨組全体のせん断力図を図 3-11(b) に示す。

図 3-11(b) せん断力図

次に、せん断力図を利用し、節点での力の釣合から、各部材の軸力を求める。軸力図は、図 3-11(c) に示される。

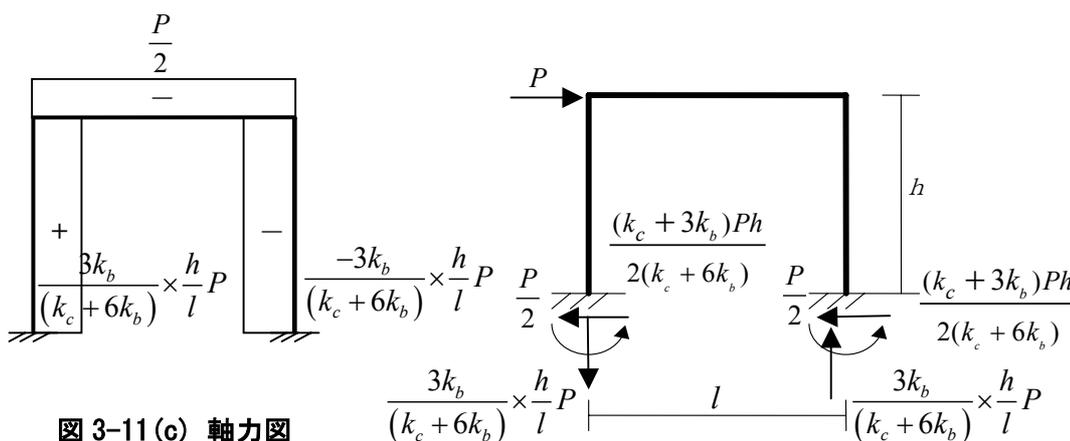


図 3-11(c) 軸力図

図 3-11(d) 外力と反力

最後に、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図から支持点の反力を求める。この骨組に加わる外力と反力が図 3-11(d) に示される。得られた反力は、外力と釣合わなければならない。同図より分かるように、上下方向の釣合と水平方向の力の釣合が得られている。

次に、モーメントの釣合を検討しよう。ここでは、節点 1 におけるモーメントの釣合が以下のように求められる。

$$M_1 = Ph - 2 \frac{(h_c + 3h_b)}{2(h_c + 6h_b)} Ph - \frac{3h_b}{(h_c + 6h_b)} \cdot \frac{h}{l} P \cdot l \rightarrow 0 \tag{3.26}$$

上記のようにモーメントの釣合もとれていることが分かる。

最後に、荷重点の水平方向変位を求めてみよう。水平方向変位 δ は、得られた柱の部材角にその階高をかけることで以下のように得られる。

$$\delta = R_1 h = \frac{2k_c + 3k_b}{6k_c(k_c + 6k_b)} \cdot Ph^2 \quad \dots\dots(3.27)$$

3.5 課題

本節では、例題 3-1 を SPACE により数値解析を行い、たわみ角法で求めた結果と比較する。まず、例題 3-1 の解析モデルを以下に示す。ここでは、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、スパンは 6m とし、階高は 3m とする。使用する部材の断面二次モーメントは 23500 cm⁴ であり、ヤング係数は 20500kN/cm² とする。ただし、これらは、SPACE のデータベースより求めた値である。

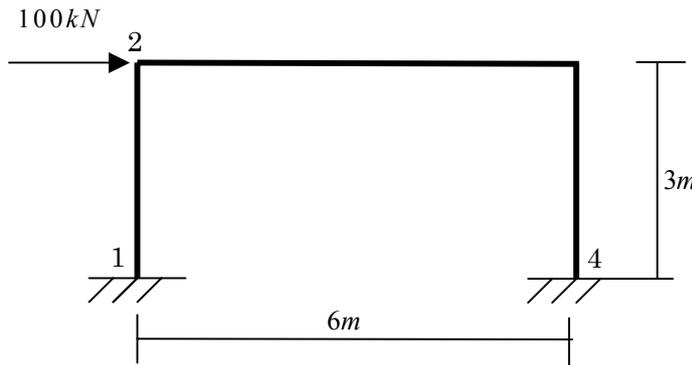


図 3-12 例題 3-1 の門型ラーメン

図 3-11(a) より、曲げモーメント分布は図 3-13(a) となる。図 3-11(a) の各値は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} k_c &= \frac{2EI_c}{h} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{300} = 3.212 \cdot 10^6 \\ k_b &= \frac{2EI_B}{l} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{600} = 1.606 \cdot 10^6 \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.28)$$

さらに、柱頭と柱脚の曲げモーメントは、式(3.24)より、次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= -\frac{3k_b Ph}{2(k_c + 6k_b)} = -\frac{3 \cdot 1.606 \cdot 100 \cdot 300}{2(3.212 + 6 \cdot 1.606)} = -\frac{144540}{25.696} = -5625kNcm \\ M_{21} &= -\frac{(k_c + 3k_b) Ph}{2(k_c + 6k_b)} = -\frac{(3.212 + 3 \cdot 1.606) \cdot 100 \cdot 300}{2(3.212 + 6 \cdot 1.606)} = -\frac{240900}{25.696} = -9375kNcm \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.29)$$

上式より、1本の柱のせん断力は、次式で与えられる。

$$Q_c = -\frac{(-5625 - 9375)}{300} = 50kN \quad \dots\dots(3.30)$$

また、梁のせん断力は、

$$Q_b = -\frac{(5625 + 5625)}{600} = 18.75kN \quad \dots\dots(3.31)$$

図 3-11(a) と 3-11(b) 及び 3-11(c) より、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図が次のように求められる。

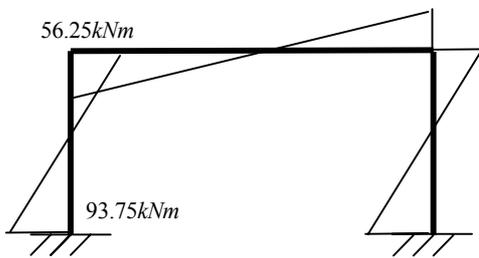


図 3-13(a) 曲げモーメント図

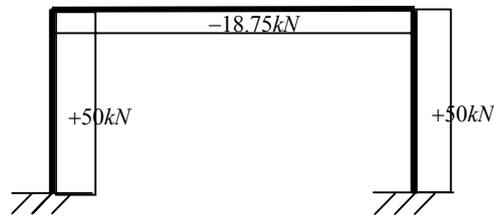


図 3-13(b) せん断力図

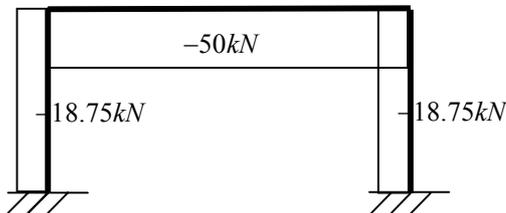


図 3-13(c) 軸力図

柱頭の水平変位は、式(3.27)より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta &= R_1 h = \frac{2k_c + 3k_b}{6k_c(k_c + 6k_b)} \cdot Ph^2 \\ &= \frac{(2 \cdot 3.212 + 3 \cdot 1.606)100 \cdot 300^2}{6 \cdot 3.212(3.212 + 6 \cdot 1.606) \cdot 10^6} = \frac{1.0118 \cdot 10^8}{2.476 \cdot 10^8} = 0.409cm \quad \dots\dots(3.32) \end{aligned}$$

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「たわみ角法演習解析モデル」-「第3章」フォルダ内の「課題1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前

を「門型ラーメン.ct1」とする。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前章とほぼ同じであり、異なる部分のみ説明する。

最初は、初期設定ウィザードが自動的にダイアログを表示させるので、これに従ってデータを入力すれば良い。まず、図タイトルを入力し、次に平面フレームを選択し、構造物の規模として、「スパン数」を1に、階数は1にセットする。次に、スパン長を600cmに、階高を300cmにセットする。

次に、使用する部材断面を作成登録する。図3-14で、鉄骨を選択し、材料はSS400を、また、部材モデルは弾性とする。

断面は、H-400x200x8x13とし、DB値を採用する。図3-15に示すように、梁用の断面をG1として設定する。また、柱用は、同じ断面で設定し、記号をC1とする。要素データを設定した後、OKボタンを押して、CAD画面に戻る。

図3-16のようにCAD画面を使用して骨組を構築し、次に境界と荷重を割り付ける。

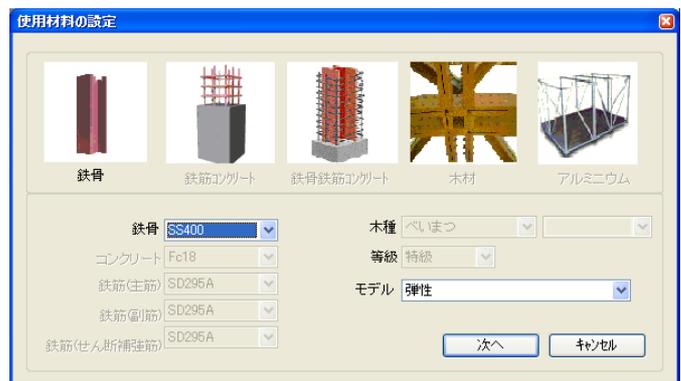


図3-14 解析材料と部材モデルの設定



図3-15 部材断面の設定

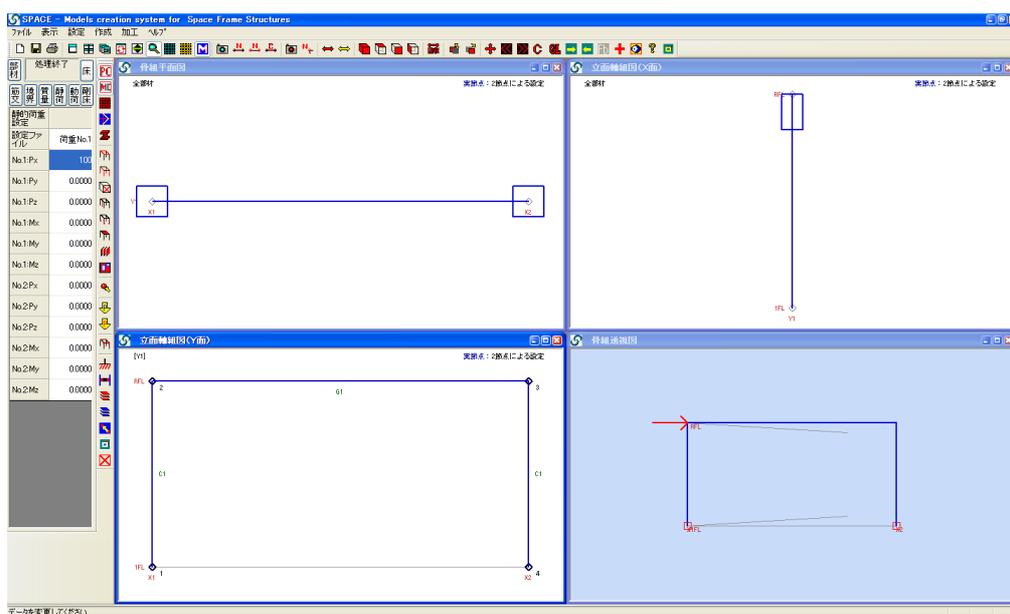


図3-16 CAD画面で骨組モデルを割り付ける

図 3-16 の右下の子ウインドウで、右クリックしてプルダウンメニューを表示させ、「透視図表示項目選択」を選択する。当該ダイアログが表示されるので、境界と静的荷重_1 にチェックマークを入れ、OK ボタンを押すと、図のように荷重と境界が表示され、設定が確認される。さらに、図 3-16 の「GL」ツールチップを押し、図 3-17 のように構造モデルをソリッド表示させ、断面を確認する。

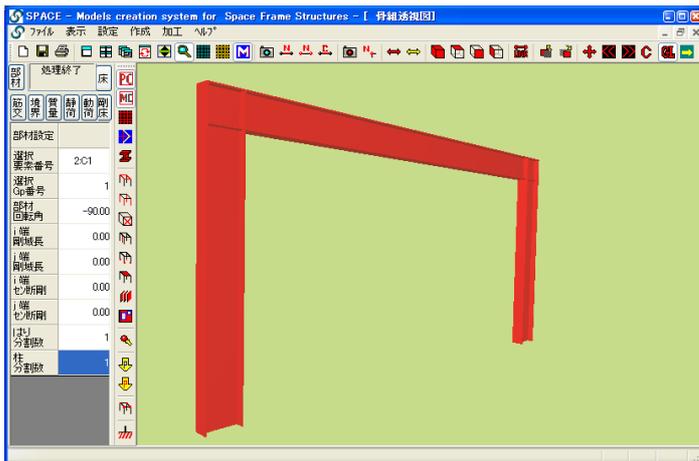


図 3-17 使用断面をソリッド表示させ、断面を確認する

図 3-16 の左下の子ウインドウで節点情報を表示させるために、ツールチップで、「実節点」と「集団による設定」に変更し、骨組全体をマウスをドラッグして囲む。この操作で、図 3-18 の節点情報が得られ、設定状況を確認する。



図 3-18(a) 節点情報を表示させ、境界条件を確認する



図 3-18(b) 節点情報を表示させ、荷重を確認する

解析モデルを全て設定した後、メニューの「ファイル」→「ファイルへの出力」を選択すると図 3-19 のファイル出力ダイアログが表示される。ここで、「構造ファイル」と「静的荷重ファイル_1」、情報ファイルを指定し、OK ボタンを押してデータを出力する。

解析を実施する前に、解析用パラメータを設定する。まず、SPACE のメニューより、図 3-20 に示す「静的解析用コントロール」ダイアログを表示させ、図のように設定する。線形解析であるため、1 回の解析で良いわけであるが、ここでは、アニメーションなどの表示の都合上、図のように荷重増分法を用い、20 回に分けて計算する。次に、「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログを表示させ、図 3-21 のように設定する。ここでは特に、「せん断変形を考慮しない」と応力出力にチェックマークを入れ、通常の梁モデルで解析を実施する。



図 3-19 「解析モデルのファイル出力」ダイアログ



図 3-20 「静的解析用コントロール」ダイアログ

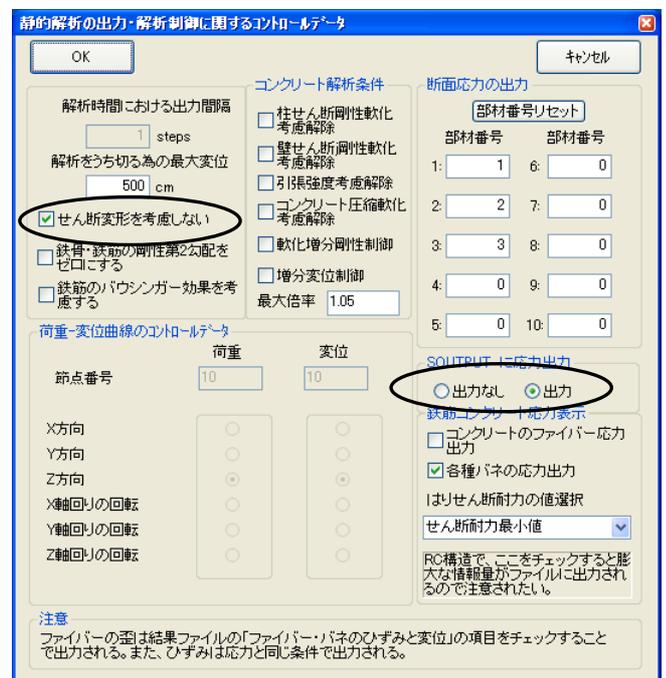


図 3-21 「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログ

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。

解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 3-22 に示す。同図の断面力とたわみ角法で求めた式 (3.29) の断面力とでは、多少値が異なっている。これは、たわみ角法では、部材の軸方向変位を無視していることに原因がある。

divided step number: 20 -----								
istable number: 0								
材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz	
1	1	18.7065	0.0000	-50.7405	0.0000	9554.8015	0.0000	
		18.7065	0.0000	-50.7405	0.0000	-5667.3583	0.0000	
2	1	-49.2593	0.0000	18.7061	0.0000	-5667.3583	0.0000	
		-49.2593	0.0000	18.7061	0.0000	5556.2785	0.0000	
3	1	-18.7056	0.0000	-49.2595	0.0000	9221.5622	0.0000	
		-18.7056	0.0000	-49.2595	0.0000	-5556.2785	0.0000	

図 3-22 課題の静的解析結果である部材断面力

上記の差異を解消するために以下の操作を行う。まず、モデラーを起動し、「要素データ登録」チップを押して、「要素データ登録」ダイアログを表示させ、「変更・削除・復帰」ボタンを押す。図 3-23 に示される断面に関する情報の中で、柱・梁共に断面積の値を 1000 倍にして軸方向の剛性を上昇させ、見かけ上、部材の軸方向変位が生じないようにする。上記の変更を行った後、図 3-19 に示すファイル出力ダイアログによって、変更情報をファイルに出力する。

要素データ変更										
要素データ		材端データ								
要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm ²)	せん断弾性係数 (kN/cm ²)	断面積 (cm ²)	断面極二次モーメント (cm ⁴)	y軸断面二次モーメント (cm ⁴)	z軸断面二次モーメント (cm ⁴)	y軸回りせん断断面係数 (cm ²)
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	83370.000	35.68000	23500.00000	1740.00000	30.50
2	有効	C1	1	20500.0000	7900.0000	83370.000	35.68000	23500.00000	1740.00000	30.50

図 3-23 使用部材の断面積を 1000 倍に上げる。

解析を実施した後、再度、SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 3-24 に示す。図に見られるように、両者の断面力は良い一致を示している。

```

divided step number: 20 -----
nstable number: 0
部材番号 部材モデル      Nx      Qy      Qz      Mx      My      Mz
1         1         18.7504  0.0000  -50.0008  0.0000  9375.1825  0.0000
          1         18.7504  0.0000  -50.0008  0.0000  -5625.0432  0.0000
2         1        -49.9991  0.0000   18.7500  0.0000  -5625.0432  0.0000
          1        -49.9991  0.0000   18.7500  0.0000   5624.9305  0.0000
3         1        -18.7495  0.0000  -49.9992  0.0000   9374.8442  0.0000
          1        -18.7495  0.0000  -49.9992  0.0000  -5624.9305  0.0000
    
```

図 3-24 断面積を 1000 倍に上げた課題モデルの静的解析結果である部材断面力

次に静的プレゼンターを起動し、図 3-25 に示すようにせん断力図と曲げモーメント図を表示させる。下図とたわみ角法で求めた図 3-14 の曲げモーメント分布とせん断力分布は一致している。

さらに、図 3-25 の荷重位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 3-26 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式 (3.32) と示される節点変位と同じ値となっている。

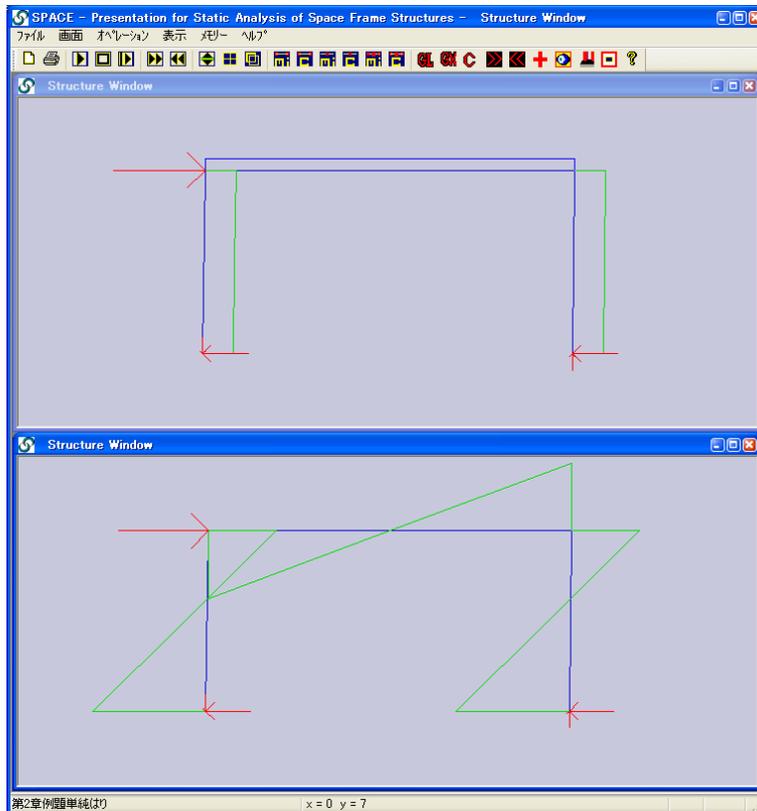


図 3-25 骨組のせん断力分布と曲げモーメント分布



図 3-26 骨組柱頭の水平方向変位

3.6 対称条件と逆対称条件

骨組の解析で、骨組モデルが対称で、しかも、荷重が対称、あるいは逆対称の場合、変位や断面力の分布は、対称・逆対称として得られる。これまでも、対称条件や逆対称条件を与えてたわみ角法による解析を行ってきたが、本節では、これらの条件をまとめてみよう。

対称条件や逆対称条件を考える際、骨組を図 3-27 に示すように、次の2つに分類する。タイプ1は、中心軸が梁の真ん中にある場合、また、タイプ2は柱の軸心にある場合である。これらの骨組は、基本的には、対称条件あるいは逆対称条件によって、中心軸を境に半分の骨組について、解析を行うことになる。

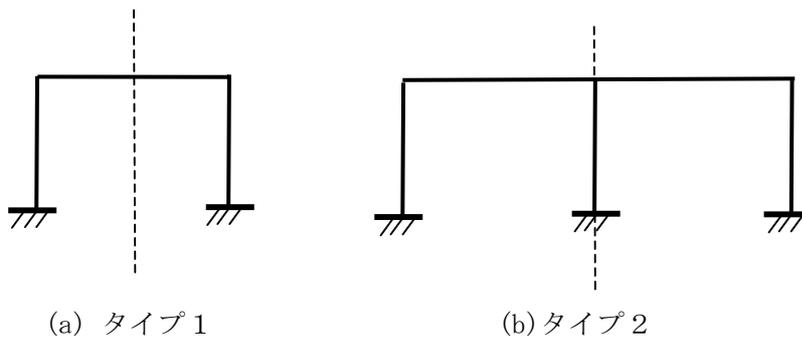


図 3-27 2種の対称形状と対称剛性を有する骨組

1) タイプ1の骨組

1.1 対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じで、回転方向が逆となる ($\theta_i = -\theta_j$)。

柱に部材角は生じない。

上の条件より、材中央に中心軸を有する梁部材は、次式の

基本式となる。

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l}(\theta_i) - C_{ij} \quad \dots\dots(3.33)$$

1.2 逆対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じとなる。 $(\theta_i = \theta_j)$

上の条件より、材中央に中心軸を有する梁部材は、次式の基本式となる。

$$M_{ij} = \frac{2EI}{l}(3\theta_i) - C_{ij} \quad \dots\dots(3.34)$$

2) タイプ2の骨組

1.1 対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じで、回転方向が逆となる $(\theta_i = -\theta_j)$ 。また、中心軸上の節点回転角はゼロである。

柱に部材角は生じない。

上の条件によって、中心軸上の柱には断面力は発生しない。また、中心軸上の節点回転角はゼロとなる。このことから、左図のタイプ2では、右図の骨組を解くことと同じとなる。

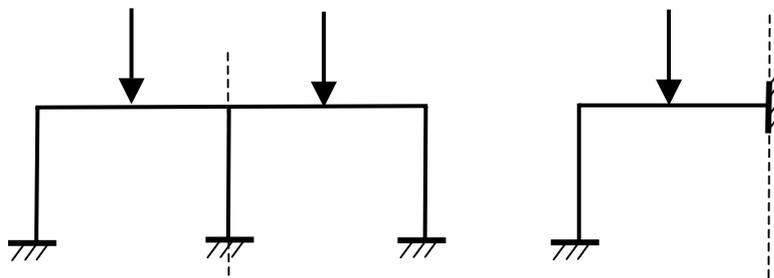


図 3-28 タイプ2の骨組の対称条件を用いた解析モデル

1.2 逆対称条件

中心軸を挟んで対応する節点回転角の値は同じとなる。 $(\theta_i = \theta_j)$

骨組を2つに分割するため、材中央に中心軸を有する柱部材は、曲げ剛性を半分に、また、水平荷重も1/2にする。

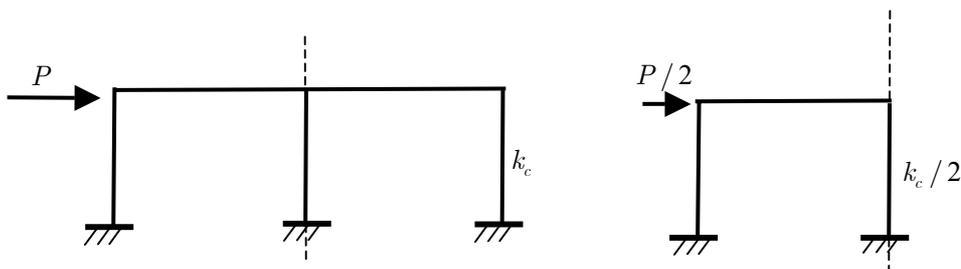


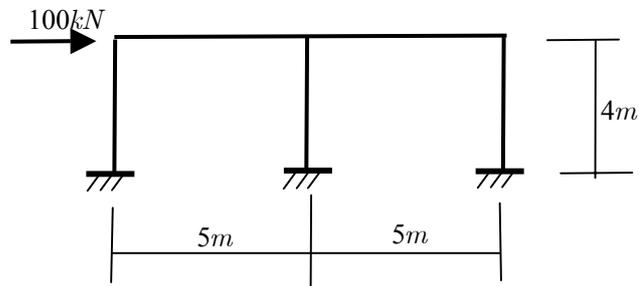
図 3-29 タイプ2の骨組の逆対称条件を用いた解析モデル

3.7 まとめ

本章では、節点移動がある場合で、しかも、整形骨組に関する層せん断力の釣合について学んだ。この整形骨組では、節点移動は層間変位で表され、その釣合は層せん断力の釣合、もしくは層モーメントの釣合で得られる。ここでは、例題を通して、節点移動がある場合に関する骨組の解析を学習した。また、SPACE を利用して例題の骨組の数値解析を行い、たわみ角法の結果と比較し、結果にどのような相違があるかについて学んだ。

3.8 問題

問題 3-1 次の骨組の応力解析をたわみ角法で行い、曲げモーメント図、せん断力図及び軸力図を描き、さらに反力を求めて、外力と反力の力の釣合を確認せよ。なお、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。SPACE を用いて、応力解析を実施し、たわみ角法の結果と比較せよ。たわみ角法では、3.7 節で述べた逆対称条件を用いて解析を行うこと。



問 3-1