



## 第5章 ピン支持境界を有する骨組の解析

### ポイント：柱に部材荷重がある場合の応力解析を行う 一端ピン支持の柱の基本応力

本章では、前章に引き続き門型ラーメンを用いて、各種の荷重状態における応力解析方法を学ぶ。特に、柱の支持方法がピン支持である場合は、部材荷重の扱い方が複雑となっており、注意して理解されたい。練習問題を通して、たわみ角法による応力解析手法を十分に会得し、応用可能になるまで問題に取り組んでほしい。

課題を、SPACE を用いて応力解析し、その結果をたわみ角法の解と比較し、検討する。

#### キーワード

部材角がある場合 節点移動 層せん断力 層モーメント

#### 5.1 はじめに

一端ピン支持の柱に部材荷重がある場合は、さらに注意が必要である。一端ピン支持のたわみ角法の基本式は、式(4.7)より、

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= 0 \\ M_{ji} &= k(1.5\varphi_j + 0.5\psi) + C_{ij} + 0.5C_{ji} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.1)$$

で与えられた。復習のため、たわみ角法を用いて一端ピン支持・他端剛接合の梁の応力状態を求めてみよう。

まず、たわみ角法の基本式は

$$\left. \begin{aligned} M_{ij} &= k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi) - C_{ij} \\ M_{ji} &= k(2\varphi_j + \varphi_i + \psi) + C_{ji} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.2)$$

で与えられる。部材の*i*端がピンの場合、モーメント  $M_{ij}$  はゼロとなることより、

$$M_{ij} = k(2\varphi_i + \varphi_j + \psi) - C_{ij} = 0 \quad \dots\dots(5.3)$$

でなければならない。従って、 $\varphi_i$  は

$$\varphi_i = -0.5(\varphi_j + \psi) + \frac{0.5}{k}C_{ij} \quad \dots\dots(5.4)$$

#### 5.2 一端がピン接合 部材に中間荷重が ある場合の層せん 断力の釣合

となる。上式を式(5.2)の下式に代入し、整理すると

$$M_{ji} = k(1.5\varphi_j + 0.5\psi) + C_{ji} + 0.5C_{ij} \quad \dots\dots(5.5)$$

従って、 $j$  端の固定端モーメント  $\bar{C}_{ji}$  は

$$\bar{C}_{ji} = C_{ji} + 0.5C_{ij} \quad \dots\dots(5.6)$$

となる。また、基本応力であるせん断力  $Q_i, Q_j$  は、図 5-1 から分かるように、次式のように変化する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_i &= Q_i - \frac{1.5C_{ij}}{l} \\ \bar{Q}_j &= Q_j - \frac{1.5C_{ij}}{l} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.7)$$

次に、一端がピン支持された柱に、中間荷重が加わっている骨組の層せん断力の釣合について考えよう。手法そのものは、既に説明した両端剛接合の場合と同じである。異なる部分は、基本応力として、図 5-1 で示される一端ピン支持の応力状態を基本応力にすることである。

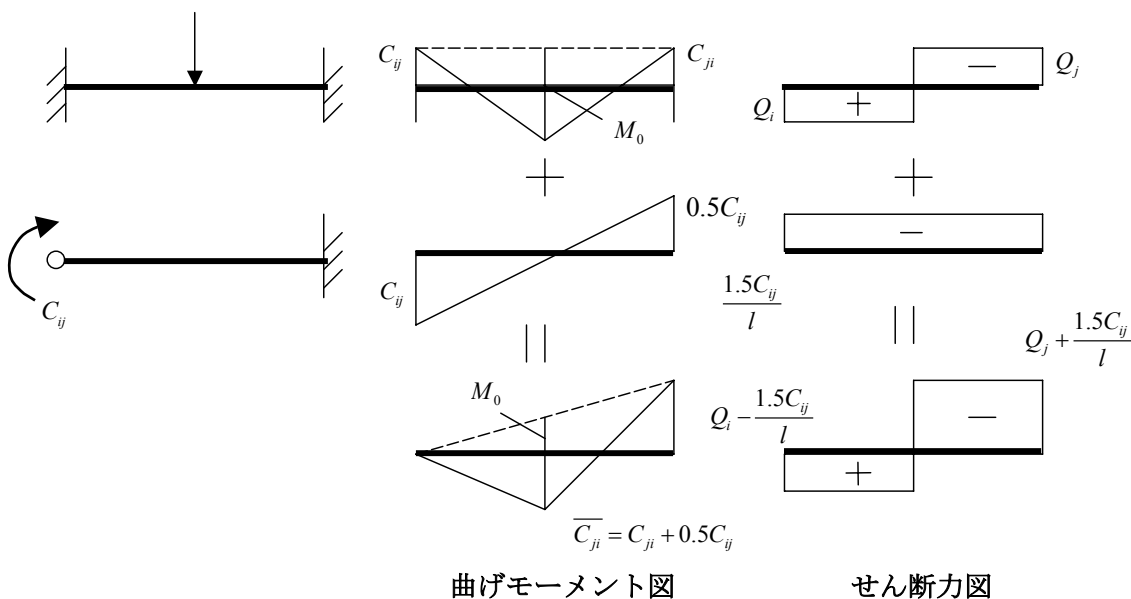


図 5-1 両端固定から一端ピン支持への基本応力の変化

層せん断力の釣合は、式(4.38)より次のように与えられていた。

$$\Sigma \frac{(\bar{M}_{ij} + \bar{M}_{ji})}{h} = \Sigma \bar{Q}_j - \Sigma P_i \quad \dots\dots(5.8)$$

ここで、柱の中間荷重より求めた外力 $\bar{Q}_j$ は、式(5.7)で示すせん断力に等しくなる。実際に柱に生じるせん断力も、節点荷重に置き直した荷重によるせん断力に、この一端ピンの基本応力であるせん断力を足して求めることになる。

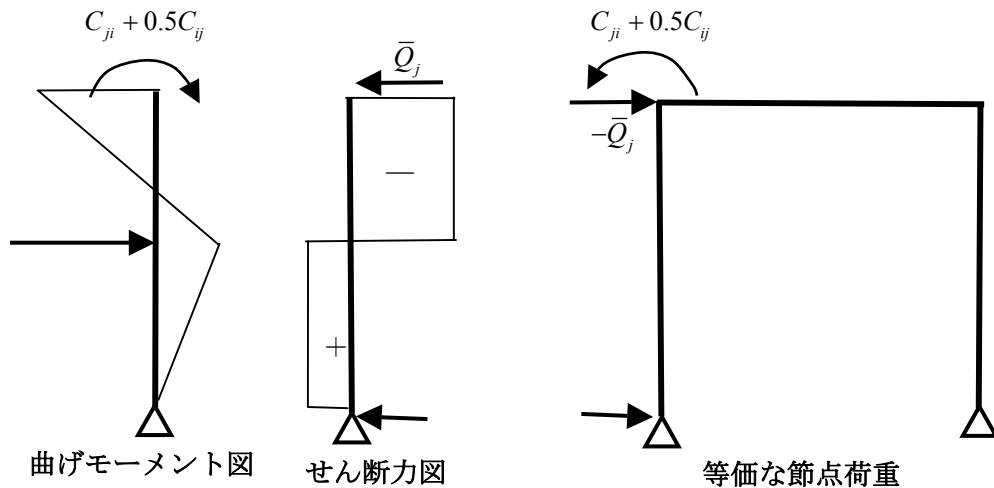


図 5-2 一端ピン柱に中間荷重がある場合の節点外力

例題を通して、以上の解析手法を学習し、理解しよう。

**例題 5-1** ピン支持を有する門型骨組の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

図 5-3 に示す骨組の応力解析を行う。この門型骨組は対称構造物であり、また、荷重は逆対称である。従って、変形や曲げモーメントは逆対称分布となる。

まず、荷重の加わっている部材 1 と 3 に関する基本応力を求める。

$$\begin{aligned}
 C_{12} &= C_{43} = 0 \\
 C_{21} &= C_{34} = C + 0.5C = 1.5C \quad (C = \frac{Ph}{8}) \\
 {}_1M_0 &= 2C \\
 Q_{12} &= Q_{43} = \frac{P}{2} - \frac{1.5C}{h} = \frac{P}{2} - \frac{1.5}{h} \cdot \frac{Ph}{8} = \frac{5P}{16} \\
 Q_{21} &= Q_{34} = -(\frac{P}{2} + \frac{1.5C}{h}) = -\frac{11}{16}P = -\frac{11C}{2h}
 \end{aligned}
 \quad \dots\dots(5.9)$$

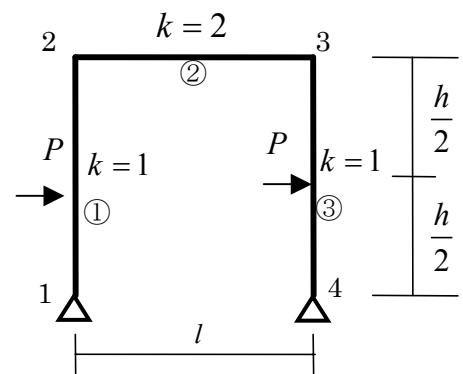


図 5-3 例題 5-1 の骨組

一端ピン支持である部材 1 と 3 に注意しながら、各部材に対し、たわみ角法の基本式を適用する。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 0 \\ M_{21} &= 1(1.5\varphi_2 + 0.5\psi) + 1.5C \\ M_{23} &= 2(2\varphi_2 + \varphi_3) \\ M_{32} &= 2(2\varphi_3 + \varphi_2) \\ M_{34} &= 1(1.5\varphi_3 + 0.5\psi) + 1.5C \\ M_{43} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.10)$$

変形と応力が逆対称となることから、逆対称条件として

$$\varphi_2 = \varphi_3 \quad \dots\dots(5.11)$$

を用いる。上式より基本式は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} = M_{43} &= 0 \\ M_{21} = (1.5\varphi_2 + 0.5\psi) + 1.5C &= M_{34} \\ M_{23} = 6\varphi_2 &= M_{32} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.12)$$

次に、釣合式を求める。節点2でのモーメントの釣合は、

$$\begin{aligned} M_{21} + M_{23} &= 0 \\ 7.5\varphi_2 + 0.5\psi &= -1.5C \end{aligned} \quad \dots\dots(5.13)$$

また、図5-4に示すように、層せん断力の釣合は、

$$Q_{21+3} + Q_{34} + \bar{Q}_{21+3} + \bar{Q}_{34} = 0 \quad \dots\dots(5.14)$$

であり、層モーメントの釣合は、式(5.9)を用いると、

$$\bar{M}_{21} + \bar{M}_{34} = \left(-\frac{11}{16}P - \frac{11}{16}P\right)h \quad \dots\dots(5.15)$$

となる。ただし、 $\bar{M}_{21}$ と $\bar{M}_{34}$ は外力である固定端モーメントを含まない。上の層モーメントの釣合式は、式(5.12)より以下ようになる。

$$1.5\varphi_2 + 0.5\psi = -\frac{11}{16}Ph = -\frac{11}{2}C \quad \dots\dots(5.16)$$

式(5.13)と(5.16)より、2つの方程式が得られ、整理すると釣合式は

$$\begin{aligned} 15\varphi_2 + \psi &= -3C \\ 3\varphi_2 + \psi &= -11C \end{aligned} \quad \dots\dots(5.17)$$

となる。上式を解くと次の解が得られる。

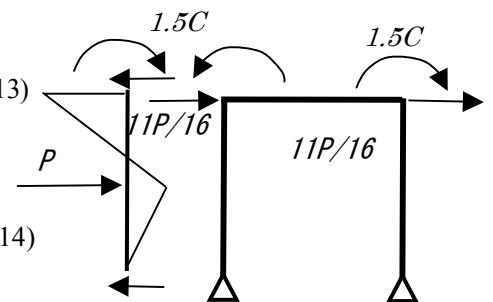


図5-4 中間荷重による  
節点水平荷重

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{2}{3}C \\ \psi &= -13C \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.18)$$

上の解を材端モーメントに代入すると、次の値が得られる。

$$\left. \begin{aligned} M_{21} &= \bar{M}_{21} + 1.5C = 1.5 \cdot \frac{2}{3}C - \frac{13}{2}C + 1.5C = -4C \\ M_{23} &= 6 \cdot \frac{2}{3}C = 4C \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.19)$$

梁中央の曲げモーメントは、材端モーメントの式(5.19)を用いると、次のように求められる。

$$M_c = M_0 - \frac{1}{2}(M_{21} - M_{12}) = 2C + 0.5 \cdot 4C = 4C \dots\dots(5.20)$$

ここでは、さらに梁中央の曲げモーメントを基本応力と節点荷重による応力の和から求めてみよう。図 5-5 を参考にすると、中央の曲げモーメントは、

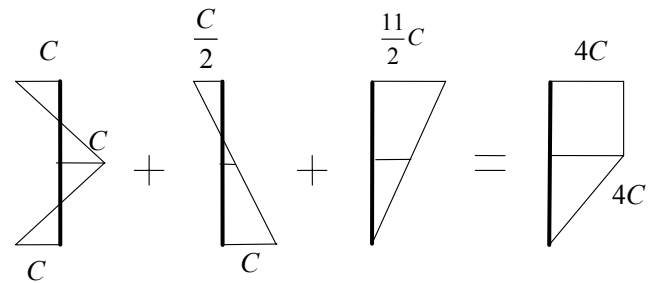


図 5-5 梁の曲げモーメント

$$M_c = C + \frac{1}{2}(C - 0.5C) + \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{2}C = \frac{16}{4}C = 4C \dots\dots(5.21)$$

上式の第1項と第2項が基本応力の曲げモーメントを表し、第3項が節点荷重を解いて得た応力である(式(5.19)の  $\bar{M}_{21}$  を参照)。

柱と梁のせん断力は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_l &= (4C)/(h/2) = 8C/h = P; \quad \bar{Q}_u = 0 \\ \bar{Q}_b &= -(4C + 4C)/l = -8C/l = -Ph/l \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.22)$$

以上をまとめると、骨組全体の曲げモーメント図、せん断力図、軸力図が次のように得られる。

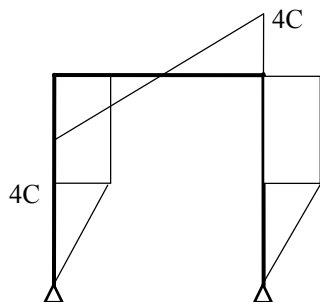


図 5-6(a) 曲げモーメント図

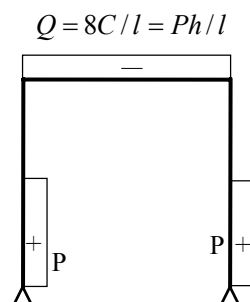


図 5-6(b) せん断力図

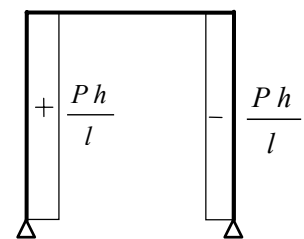


図 5-6(c) 軸力図

せん断力図と軸力図より、反力が求められ、図 5-6(d)に示される。同図を利用して、外力と反力の釣合を確認する。上下方向と水平方向の釣合が満たされていることは同図より容易に理解できる。また、節点 1 における外力と反力によるモーメントの釣合は

$$M_1 = P \cdot \frac{h}{2} + P \cdot \frac{h}{2} - \frac{Ph}{l} \cdot l \rightarrow 0 \quad \dots\dots(5.23)$$

となり、釣合がとれていることが分かる。

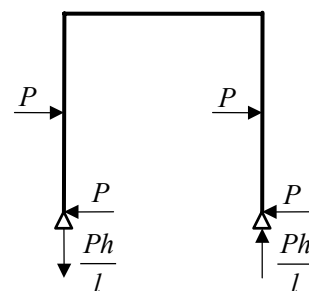


図 5-6(d) 反力図

**例題 5-2** ピン支持を有する門型骨組に等分布の水平荷重が加わる場合について、たわみ角による応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

例題 5-2 で用いた骨組に等分布荷重が加わる場合について応力解析を行う。

まず、基本応力を次のように求める。

$$\left. \begin{aligned} C_{12} &= C_{43} = 0 \\ C_{21} &= C_{34} = C + 0.5C = 1.5C \\ C &= \frac{\bar{P}_w h^2}{12} \\ M_0 &= \frac{\bar{P}_w h^2}{8} = 1.5C \\ Q_l &= Q_{l2} = Q_{43} = \frac{\bar{P}_w h}{2} - \frac{1.5C}{h} = \frac{9C}{2h} \\ Q_u &= Q_{21} = Q_{34} = -\left(\frac{\bar{P}_w h}{2} + \frac{1.5C}{h}\right) = -\frac{15C}{2h} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.24)$$

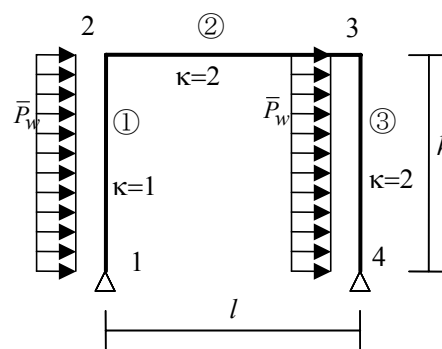


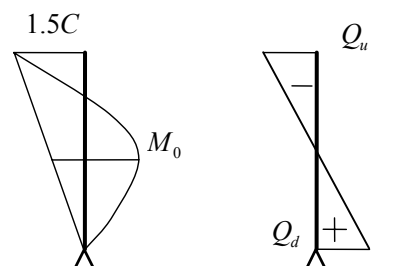
図 5-7 例題 5-2 の骨組と荷重

たわみ角法の基本式は、逆対称変形の条件  $\varphi_2 = \varphi_3$  を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= M_{43} = 0 \\ M_{21} &= M_{34} = (1.5\varphi_2 + 0.5\psi) + 1.5C \\ M_{23} &= M_{32} = 6\varphi_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.25)$$

となる。

節点 2 でのモーメントの釣合と柱頭部分での層モーメントの釣合より、釣合式は、式(5.25)より、



曲げモーメント図 せん断力図

図 5-8 一端ピンと他端固定の基本応力状態

$$\begin{cases}
 (M_{21} + M_{23} = 0) \\
 7.5\varphi_2 + 0.5\psi = -1.5C \\
 \bar{M}_{21} + \bar{M}_{34} = -\left(\frac{15}{2h}C + \frac{15}{2h}C\right)h \\
 1.5\varphi_2 + 0.5\psi = -\frac{15}{2}C
 \end{cases} \dots\dots(5.26)$$

となり、整理すると次式となる。

$$\begin{cases}
 15\varphi_2 + \psi = -3C \\
 3\varphi_2 + \psi = -15C
 \end{cases} \dots\dots(5.27)$$

上式の解は以下のように求められる。

$$\begin{cases}
 \varphi_2 = C \\
 \psi = -18C
 \end{cases} \dots\dots(5.28)$$

回転角  $\varphi_2$  と部材角  $\psi$  を材端モーメントの式(5.25)に代入すると、

$$\begin{cases}
 M_{21} = 1.5C - 9C + 1.5C = -6C \\
 M_{23} = 6C
 \end{cases} \dots\dots(5.29)$$

中間荷重が加わっている柱中央の曲げモーメントは次式となる。

$$M_c = M_0 - \frac{1}{2}(M_{21} - M_{12}) = 1.5C + \frac{6C}{2} = 4.5C \quad \dots\dots(5.30)$$

柱のせん断力は、基本応力のせん断力  $Q_u$  ,  $Q_l$  に材端の曲げモーメント  $\bar{M}_{ij}$  と  $\bar{M}_{ji}$  によって生ずるせん断力を加えれば良い。

$$\begin{cases}
 \bar{Q}_l = Q_l - \frac{\bar{M}_{21} - \bar{M}_{12}}{h} = \frac{9C}{2h} + \frac{7.5C}{h} = -\frac{24C}{2h} = \bar{P}_w h \\
 \bar{Q}_u = Q_u - \frac{\bar{M}_{21} - \bar{M}_{12}}{h} = -\frac{15C}{2h} + \frac{7.5C}{h} = 0
 \end{cases} \dots\dots(5.31)$$

次に、得られた各応力から、曲げモーメント図、せん断力図、及び軸力図を描く。

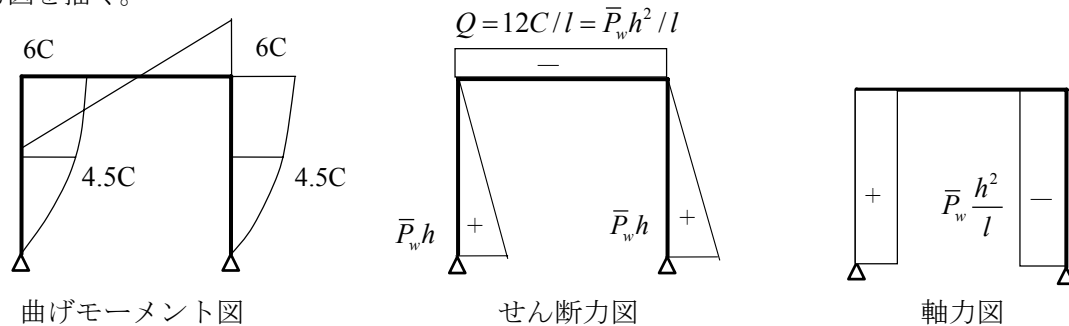


図 5-9 曲げモーメント、せん断力、軸力図

上の各応力から、反力が図のように得られ、外力と反力によって上下方向の釣合、水平方向の釣合が得られていることが分かる。また、節点1に関するモーメントの釣合は

$$M_1 = \bar{P}_w h \cdot \frac{h}{2} + \bar{P}_w h \cdot \frac{h}{2} - \bar{P}_w \cdot \frac{h^2}{l} \cdot l \rightarrow 0 \quad \dots\dots(5.32)$$

となり、これも釣合が得られている。

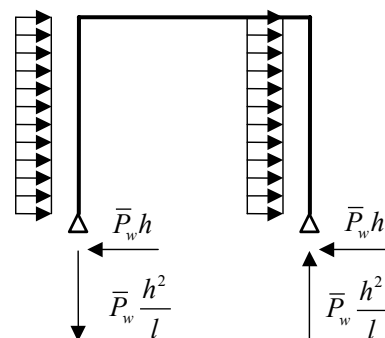


図 5-10 反力と外力

**例題 5-3 斜面上に立つ骨組の応力解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。**

図 5-11 に示すように、斜面上に立つ骨組では柱の長さが異なることになり、従って、左右の柱の部材角は異なる。まず、部材 1 と 3 の柱の部材角について考えてみよう。部材角によって、両柱の水平変位  $\delta$  は、梁の伸びがないとしていることから同じとなり、幾何学条件より次式が得られる。

$$\delta = R_1 h_1 = R_3 h_2 \quad \dots\dots(5.33)$$

ただし  $R_1, R_3$  は部材 1 と 3 に生じる部材角である。従って、部材角  $R_3$  は

$$R_3 = \frac{h_1}{h_2} R_1 \quad ; \quad \psi_3 = \frac{h_1}{h_2} \psi_1 \quad \dots\dots(5.34)$$

となる。上式を用いて各部材にたわみ角法の基本式を適用する。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 1(2\varphi_1 + \varphi_2 + \psi_1) \\ M_{21} &= 1(2\varphi_2 + \varphi_1 + \psi_1) \\ M_{23} &= 2(2\varphi_2 + \varphi_3) \\ M_{32} &= 2(2\varphi_3 + \varphi_2) \\ M_{34} &= (2\varphi_3 + \varphi_4 + \psi_3) = (2\varphi_3 + \varphi_4 + \frac{h_1}{h_2} \psi_1) \\ M_{43} &= (2\varphi_4 + \varphi_3 + \psi_3) = (2\varphi_4 + \varphi_3 + \frac{h_1}{h_2} \psi_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.35)$$

固定支持の境界条件  $\varphi_1 = \varphi_4 = 0$  を用いて、基本式を変更すると、

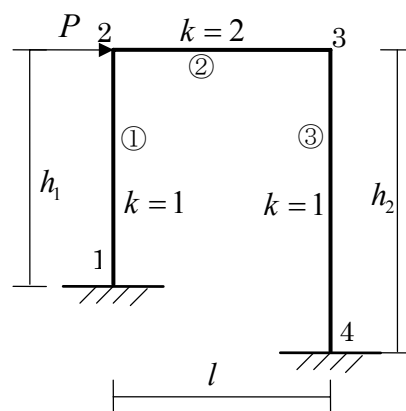


図 5-11 例題 5-3 の骨組

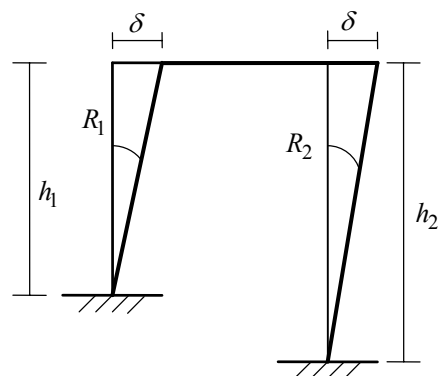


図 5-12 部材角の関係



$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \varphi_2 + \psi_1 \\ M_{21} &= 2\varphi_2 + \psi_1 \\ M_{23} &= 4\varphi_2 + 2\varphi_3 \\ M_{32} &= 4\varphi_3 + 2\varphi_2 \\ M_{34} &= 2\varphi_3 + \alpha\psi_1 \\ M_{43} &= \varphi_3 + \alpha\psi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.36)$$

ただし、 $\alpha = h_1/h_2$ としている。

次に、釣合式を考える。まず、節点2と3におけるモーメントの釣合は

$$\left. \begin{aligned} M_{21} + M_{23} &= 0 \quad ; \quad 6\varphi_2 + 2\varphi_3 + \psi_1 = 0 \\ M_{32} + M_{34} &= 0 \quad ; \quad 6\varphi_3 + 2\varphi_2 + \alpha\psi_1 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.37)$$

となり、続いて、層せん断力の釣合は、

$$P + \frac{M_{12} + M_{21}}{h_1} + \frac{M_{34} + M_{43}}{h_2} = 0 \quad \dots\dots(5.38)$$

で与えられる。両辺に $h_1$ をかけると、

$$M_{12} + M_{21} + \alpha(M_{34} + M_{43}) = -Ph_1 \quad \dots\dots(5.39)$$

となり、整理すると、層モーメントの釣合が、

$$\left. \begin{aligned} 3\varphi_2 + 2\psi_1 + \alpha(3\varphi_3 + 2\alpha\psi_1) &= -Ph_1 \\ 3\varphi_2 + 3\alpha\varphi_3 + 2(1 + \alpha^2)\psi_1 &= -Ph_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.40)$$

として与えられる。3つの釣合式を整理すると

$$\left. \begin{aligned} 6\varphi_2 + 2\varphi_3 + \psi_1 &= 0 \\ 2\varphi_2 + 6\varphi_3 + \alpha\psi_1 &= 0 \\ \varphi_2 + \alpha\varphi_3 + \frac{2}{3}(1 + \alpha^2)\psi_1 &= -\frac{Ph_1}{3} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.41)$$

となり、上式を行列形式で表すと次式となる。

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & \alpha \\ 1 & \alpha & \frac{2}{3}(1 + \alpha^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Ph_1}{3} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(5.42)$$

釣合式(5.42)を解くと、以下の解が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{(3-\alpha)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ \varphi_3 &= \frac{(3\alpha-1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ \psi_1 &= \frac{-16Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.43)$$

得られた解を材端モーメントの式(5.36)に代入すると

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{-(\alpha+13)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{21} &= \frac{-2(\alpha+5)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{23} &= \frac{2(\alpha+5)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{32} &= \frac{2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{34} &= \frac{-2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{43} &= \frac{-(13\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.44)$$

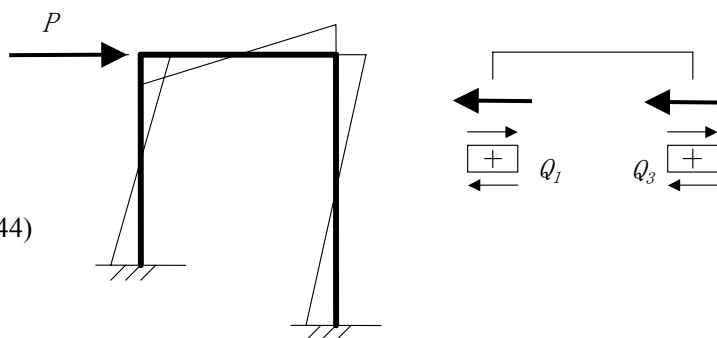


図 5-13 曲げモーメント図、外力とせん断力の釣合

となる。これらの材端モーメントをもとに、曲げモーメントの分布が図 5-13 のように示される。

次に上式を用いて、層せん断力を求める。まず 2 つの柱のせん断力は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= -\frac{M_{12} + M_{21}}{h_1} = \frac{(3\alpha+23)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot \frac{1}{h_1} \\ Q_3 &= -\frac{M_{34} + M_{43}}{h_2} = \frac{(23\alpha+3)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot \frac{1}{h_2} = \frac{(23\alpha^2+3\alpha)P}{23\alpha^2+6\alpha+23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.45)$$

両柱のせん断力を加えると下式のように外力と釣合うことが分かる。

$$Q_1 + Q_3 = P \quad \dots\dots(5.46)$$

次に、梁のせん断力は、

$$Q_2 = -\frac{M_{23} + M_{32}}{l} = -\frac{12(\alpha+1)}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot P \frac{h_1}{l} \dots\dots(5.47)$$

として計算される。

以上より、反力を求めると、

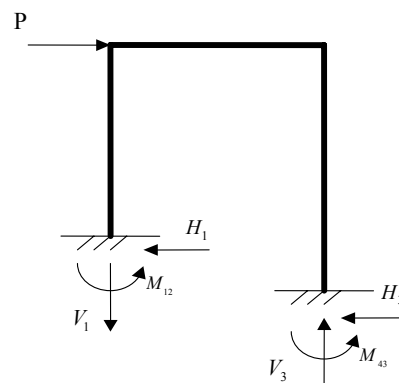


図 5-14 反力と外力

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{(3\alpha + 23)P}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ H_3 &= \frac{(23\alpha^2 + 3\alpha)P}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ V_1 &= \frac{12(\alpha + 1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} P \left(\frac{h_1}{l}\right) \\ V_3 &= \frac{12(\alpha + 1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} P \left(\frac{h_1}{l}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.48)$$

となる。ここで、節点1での外力と反力によるモーメントは、

$$\begin{aligned} M_1 &= Ph_1 + M_{12} + M_{21} - V_3 \cdot l + H_3 \cdot (h_2 - h_1) \\ &= Ph_1 - \frac{(\alpha + 13)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} - \frac{(13\alpha + 1)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} - \frac{12(\alpha + 1)P\left(\frac{h_1}{l}\right)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \cdot l + \frac{(23\alpha^2 + 3\alpha)P(h_2 - h_1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ &= \frac{Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} ((23 - 23)\alpha^2 + (6 - 1 - 13 - 12 + 23 - 3)\alpha + (23 - 13 - 1 - 12 + 3)) \\ &\rightarrow 0 \end{aligned} \dots\dots(5.49)$$

となり、反力と外力の釣合がとれていることが分かる。

得られた結果を少し分析するために、例えば、 $h_1 = h_2$  とし、 $\alpha = 1$  とすると、材端モーメントは、式(5.44)より、以下の式となる。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{-7}{26} Ph \\ M_{21} &= \frac{-3}{13} Ph \\ M_{23} &= \frac{3}{13} Ph \\ M_{32} &= \frac{3}{13} Ph \\ M_{34} &= \frac{-3}{13} Ph \\ M_{43} &= \frac{-7}{26} Ph \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.50)$$

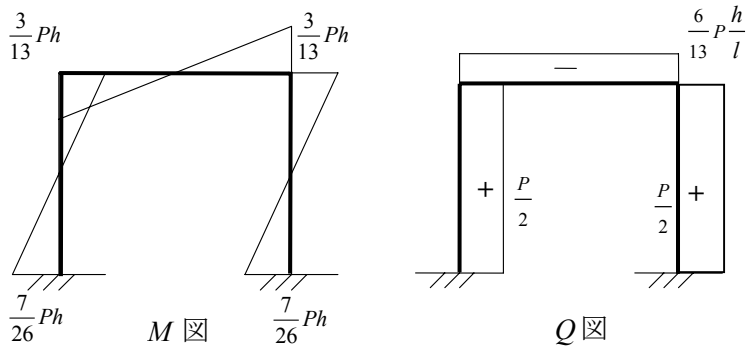


図 5-15(a) 曲げモーメント図とせん断力図

上式で求めた材端モーメントより、曲げモーメント分布を求め、その結果よりせん断力分布及び軸力分布を計算する。それらをまとめると、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図が図 5-15 のように得られる。

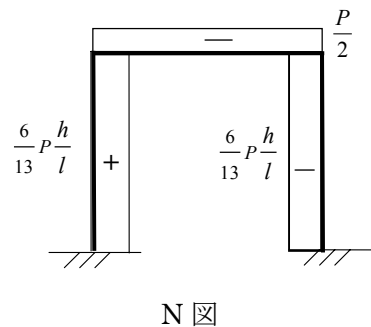


図 5-15(b) 軸力図

**例題5-4 片流れの屋根を有する骨組の解析を行い、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。**

図5-16に示すように、片流れの屋根を有する骨組では柱の長さが異なることになる。この場合も前の例題と同様の方法で解析が可能となる。

まず、部材1と3の柱の部材角について考える。部材角によって、両柱の水平変位 $\delta$ は、梁の伸びがないとしていることから同じとなり、幾何学条件より次式が得られる。

$$\delta = R_1 h_1 = R_3 h_2 \quad \dots\dots(5.51)$$

ただし、 $R_1, R_3$ は部材1と3に生じる部材角である。従って、部材角 $R_3$ は、次式となる。

$$R_3 = \frac{h_1}{h_2} R_1 \quad ; \quad \psi_3 = \frac{h_1}{h_2} \psi_1 \quad \dots\dots(5.52)$$

上式を用いて各部材にたわみ角法の基本式を適用する。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 1(2\varphi_1 + \varphi_2 + \psi_1) \\ M_{21} &= 1(2\varphi_2 + \varphi_1 + \psi_1) \\ M_{23} &= 2(2\varphi_2 + \varphi_3) \\ M_{32} &= 2(2\varphi_3 + \varphi_2) \\ M_{34} &= (2\varphi_3 + \varphi_4 + \psi_3) = (2\varphi_3 + \varphi_4 + \frac{h_1}{h_2} \psi_1) \\ M_{43} &= (2\varphi_4 + \varphi_3 + \psi_3) = (2\varphi_4 + \varphi_3 + \frac{h_1}{h_2} \psi_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.53)$$

支持点固定の境界条件 $\varphi_1 = \varphi_4 = 0$ を用いて、基本式を変更すると、

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \varphi_2 + \psi_1 \\ M_{21} &= 2\varphi_2 + \psi_1 \\ M_{23} &= 4\varphi_2 + 2\varphi_3 \\ M_{32} &= 4\varphi_3 + 2\varphi_2 \\ M_{34} &= 2\varphi_3 + \alpha\psi_1 \\ M_{43} &= \varphi_3 + \alpha\psi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.54)$$

ただし、 $\alpha = h_1/h_2$ としている。

次に、節点2と3におけるモーメントの釣合は

$$\left. \begin{aligned} M_{21} + M_{23} &= 0 \quad ; \quad 6\varphi_2 + 2\varphi_3 + \psi_1 = 0 \\ M_{32} + M_{34} &= 0 \quad ; \quad 6\varphi_3 + 2\varphi_2 + \alpha\psi_1 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.55)$$

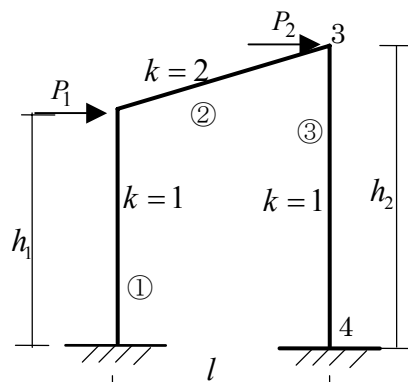


図5-16 例題5-4の骨組

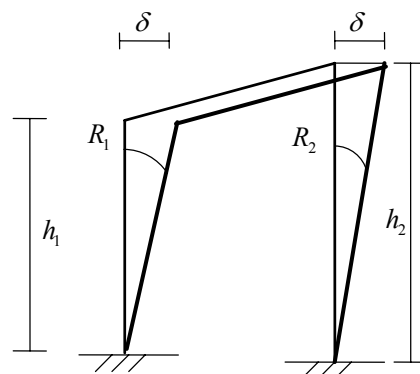


図5-17 部材角の関係

となり、続いて、左柱の柱頭での層せん断力の釣合は、

$$P_1 + P_2 + \frac{M_{12} + M_{21}}{h_1} + \frac{M_{34} + M_{43}}{h_2} = 0 \quad \dots\dots(5.56)$$

で与えられる。両辺に  $h_1$  をかけ、

$$M_{12} + M_{21} + \alpha(M_{34} + M_{43}) = -(P_1 + P_2)h_1 \quad \dots\dots(5.57)$$

整理すると、層モーメントの釣合式が、

$$\begin{aligned} 3\varphi_2 + 2\psi_1 + \alpha(3\varphi_3 + 2\alpha\psi_1) &= -(P_1 + P_2)h_1 \\ 3\varphi_2 + 3\alpha\varphi_3 + 2(1 + \alpha^2)\psi_1 &= -Ph_1; \quad P = P_1 + P_2 \end{aligned} \quad \dots\dots(5.58)$$

として与えられる。3つの釣合式をまとめると

$$\left. \begin{aligned} 6\varphi_2 + 2\varphi_3 + \psi_1 &= 0 \\ 2\varphi_2 + 6\varphi_3 + \alpha\psi_1 &= 0 \\ \varphi_2 + \alpha\varphi_3 + \frac{2}{3}(1 + \alpha^2)\psi_1 &= -\frac{Ph_1}{3} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.59)$$

となり、上式を行列形式で表すと次式となる。

$$\begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & \alpha \\ 1 & \alpha & \frac{2}{3}(1 + \alpha^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{Ph_1}{3} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(5.60)$$

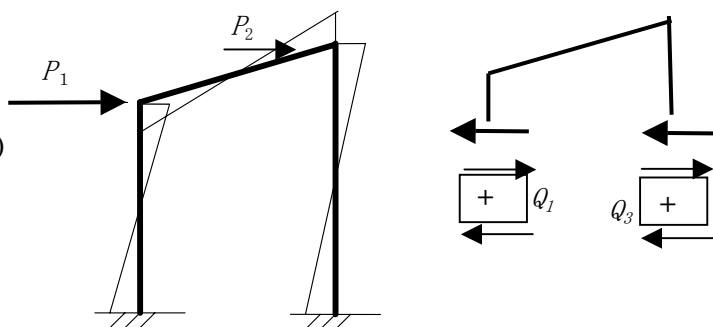
得られた釣合式は、式(5.42)と全く同一であり、従って、解も次のように同じとなる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{(3 - \alpha)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ \varphi_3 &= \frac{(3\alpha - 1)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ \psi_1 &= \frac{-16Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.61)$$

得られた解を材端モーメントの式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= \frac{-(\alpha + 13)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ M_{21} &= \frac{-2(\alpha + 5)Ph_1}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.62a)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{23} &= \frac{2(\alpha+5)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{32} &= \frac{2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{34} &= \frac{-2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \\ M_{43} &= \frac{-(13\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.62b)$$



次に、上式を用いて層せん断力を求める。

図 5-18(a) 曲げモーメント図、外力とせん断力の釣合

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= -\frac{M_{12}+M_{21}}{h_1} = \frac{(3\alpha+23)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot \frac{1}{h_1} \\ Q_3 &= -\frac{M_{34}+M_{43}}{h_2} = \frac{(23\alpha+3)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot \frac{1}{h_1} = \frac{(23\alpha^2+3\alpha)}{23\alpha^2+6\alpha+23} P \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.63)$$

両柱のせん断力を加えると下式のように外力と釣合うことになる。

$$Q_1 + Q_3 = P \quad \dots\dots(5.64)$$

また、梁のせん断力は次式で与えられる。

$$Q_2 = -\frac{M_{23}+M_{32}}{l} = -\frac{12(\alpha+1)}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot P \frac{h_1}{l} \quad \dots\dots(5.65)$$

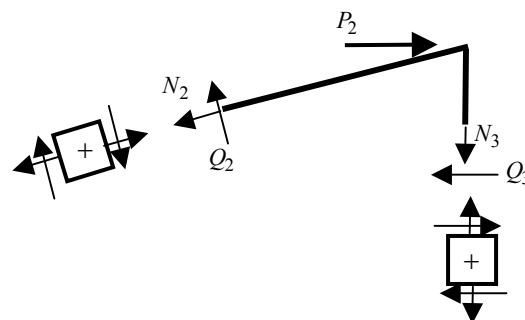


図 5-18(b) 切断法による力の釣合

柱と梁の軸力は、節点の力の釣合より求められる。ただし、梁と柱が 90 度で接合していないので、梁の断面力を x,y 方向に分解する必要がある。図 5-18(b) を参考にすると、梁・柱の軸力は切断面における上下方向と水平方向の力の釣合より求められる。

$$\left. \begin{aligned} Q_2 \cos \theta - N_2 \sin \theta - N_3 &= 0 \\ -Q_2 \sin \theta - N_2 \cos \theta - Q_3 + P_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.66)$$

ここで、梁長を  $l'$  とすると

$$\cos \theta = \frac{l}{l'}; \quad \sin \theta = \frac{(h_2 - h_1)}{l'} \quad \dots\dots(5.67)$$

式(5.66)の下より、梁の軸力が、

$$N_2 = \frac{1}{\cos \theta} (-Q_2 \sin \theta - Q_3 + P_2) \quad \dots\dots(5.68)$$

となり、上式を式(5.66)の上に代入すると、柱の軸力が得られる。

$$N_3 = \tan \theta(-Q_3 + P_2 - Q_2 \sin \theta) + Q_2 \cos \theta \quad \dots\dots(5.69)$$

骨組左の柱は、上下方向の力の釣合より、 $N_1 = -N_3$ である。

以上より、反力を求めると、

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{(3\alpha + 23)P}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \\ H_3 &= \frac{(23\alpha^2 + 3\alpha)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23}P \\ V_1 &= N_1 \\ V_3 &= N_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.70)$$

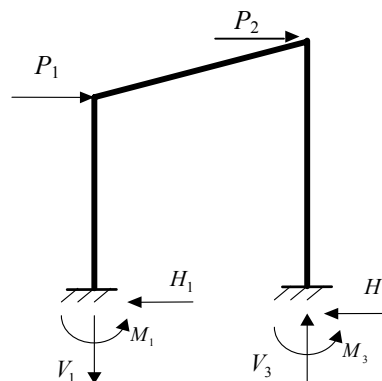


図 5-19 反力と外力

となる。図 5-19 を参考にすると、反力と外力との上下方向及び水平方向の力の釣合はとれていることが分かる。モーメントの釣合については、式が複雑となるためここでは省略し、次節の課題で具体的に計算して検証する。

5.3 課題 1

本節では、例題 5-4 に示す片流れの屋根を有する骨組の解析を、実際に SPACE を用いて数値解析し、たわみ角法で求めた結果と比較してみよう。まず、例題 5-4 を以下に示す。ただし、ここでは、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。使用する部材の断面二次モーメントは  $23500 \text{ cm}^4$  であり、ヤング係数は  $20500 \text{ kN/cm}^2$  とする。ただし、これらは、SPACE のデータベースより求めた値である。骨組の形状は、スパンは  $6 \text{ m}$  とし、階高は低いほうが  $3 \text{ m}$ 、高い方は  $5 \text{ m}$  とする。

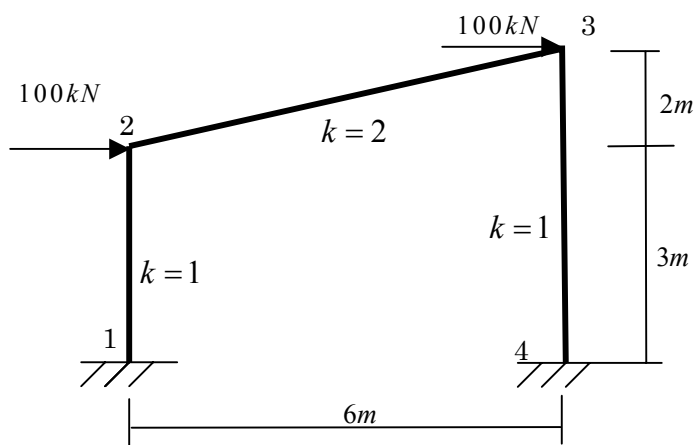


図 5-20 例題 5-4 の門型ラーメン

上図より、パラメータ  $\alpha$  及び、梁長さは、

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{5} = 0.6; \quad \alpha^2 = 0.36; \quad P = P_1 + P_2 = 200 \text{ kN} \\ l' &= \sqrt{6^2 + 2^2} = 6.325 \text{ m} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.71)$$

であり、各部材の断面力は式 (5.62) より次式となる。

$$\begin{aligned}
 M_{12} &= \frac{-(\alpha+13)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = -\frac{(0.6+13)200 \cdot 3}{23 \cdot 0.36 + 6 \cdot 0.6 + 23} = -\frac{8160}{34.88} = -233.94kNm \\
 M_{21} &= \frac{-2(\alpha+5)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = -\frac{6720}{34.88} = -192.66kNm \\
 M_{23} &= \frac{2(\alpha+5)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = \frac{6720}{34.88} = 192.66kNm \\
 M_{32} &= \frac{2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = \frac{4800}{34.88} = 137.61kNm \\
 M_{34} &= \frac{-2(5\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = -\frac{4800}{34.88} = -137.61kNm \\
 M_{43} &= \frac{-(13\alpha+1)Ph_1}{23\alpha^2+6\alpha+23} = -\frac{5280}{34.88} = -151.38kNm
 \end{aligned}
 \tag{5.72}$$

上の材端モーメントを利用して、柱のせん断力を以下のように求める。

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= -\frac{M_{12} + M_{21}}{h_1} = \frac{233.94 + 192.66}{3} = 142.20kN \\
 Q_3 &= -\frac{M_{34} + M_{43}}{h_2} = \frac{137.61 + 151.38}{5} = 57.80kN
 \end{aligned}
 \tag{5.73}$$

また、梁のせん断力は部材長さが  $l' = 6.325m$  であることより次式となる。

$$Q_2 = -\frac{M_{23} + M_{32}}{l'} = -\frac{12(\alpha+1)}{23\alpha^2+6\alpha+23} \cdot P \frac{h_1}{l'} = -\frac{19.2}{34.88} \cdot 200 \frac{3}{6.325} = -52.22kN \tag{5.74}$$

梁と柱の軸力は、図 5-18(b)を参考にすると、切断面における上下方向と水平方向に力の釣合より求められる。式(5.68)と(5.69)より、

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{1}{\cos \theta} (-Q_2 \sin \theta - Q_3 + 100) \\
 N_3 &= Q_2 \cos \theta - N_2 \sin \theta
 \end{aligned}
 \tag{5.75}$$

ここで、

$$\cos \theta = \frac{6}{6.325} = 0.9486; \quad \sin \theta = \frac{2}{6.325} = 0.3162 \tag{5.76}$$

であり、上式と 2 部材のせん断力を式(5.75)に代入し、軸力を求める。

$$\begin{aligned}
 N_2 &= \frac{1}{0.9486} (-52.22 \cdot 0.3162 - 57.80 + 100) = 61.89kN \\
 N_3 &= -52.22 \cdot 0.9486 - 61.89 \cdot 0.3162 = -69.11kN \\
 N_1 &= -N_3
 \end{aligned}
 \tag{5.77}$$

式(5.72)から(5.77)より、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図及び



反力が次のように求められる。

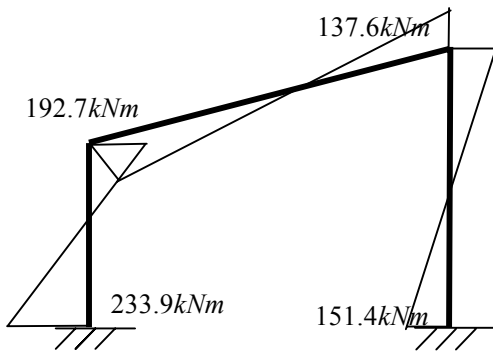


図 5-22 (a) 曲げモーメント図

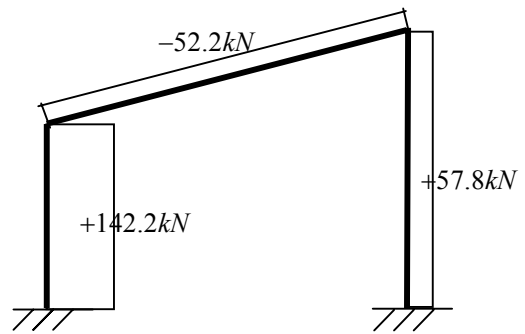


図 5-22 (b) せん断力図

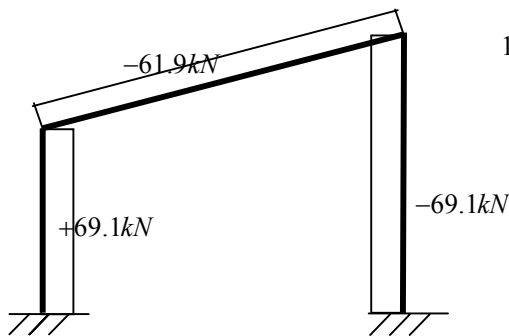


図 5-22 (c) 軸力図

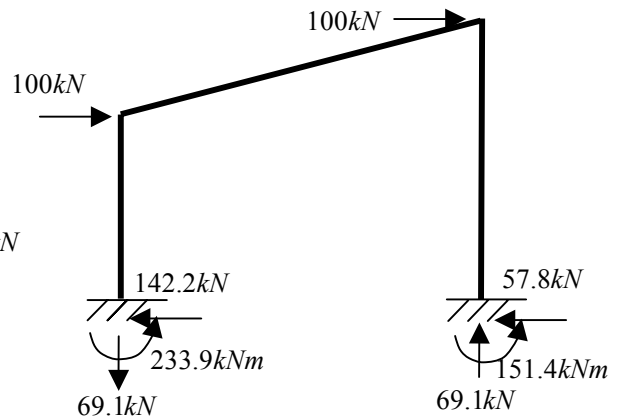


図 5-22 (d) 外力と反力図

外力と反力の釣合は、鉛直方向及び水平方向共に得られていることが分かる。また、節点 1 のモーメント、

$$M_1 = 100 \cdot 3 + 100 \cdot 5 - 233.9 - 151.4 + 69.1 \cdot 6 \rightarrow 0.1 \quad \dots\dots (5.78)$$

より、モーメントの釣合もとれているが分かる。

左の柱頭の水平変位は、式 (5.61) より、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_1 = R_1 h_1 &= \frac{\psi_1 h_1}{-3K_0} = \frac{16 \cdot 200 \cdot h_1 \cdot h_1}{3K_0(23\alpha^2 + 6\alpha + 23)} \\ &= \frac{16 \cdot 200 \cdot 300^2}{3 \cdot 3.212 \cdot 10^6 \cdot 34.88} = \frac{2.88 \cdot 10^8}{3.361 \cdot 10^8} = 0.857 \text{ cm} \quad \dots\dots (5.79) \end{aligned}$$

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「たわみ角法演習解析モデル」-「第 5 章」フォルダ内の「課題 1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「片流れ屋根ラーメン.ct1」としよう。そ

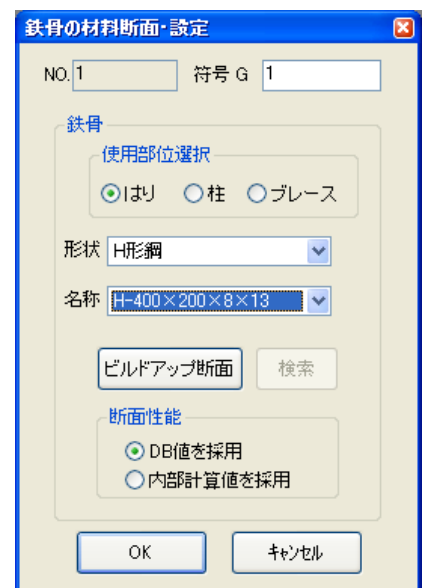


図 5-23 部材断面の設定

その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前章とほぼ同じである。

最初は、初期設定ウィザードが自動的にダイアログを表示させるので、これに従ってデータを入力すれば良い。まず、図タイトルを入力し、次に平面フレームを選択し、構造物の規模として、「スパン数」を1に、階数は1にセットする。次に、スパン長を600cmに、階高を300cmにセットする。なお、後から片流れ部分の形状を作成する。

さらに、使用する部材断面を作成登録する。要素登録ダイアログで鉄骨を選択し、材料はSS400を、また、部材モデルは弾性とする。

断面は、H-400x200x8x13とし、DB値を採用する。図5-23に示すように、梁用の断面をG1として設定する。また、柱用は、同じ断面で設定し、記号をC1とする。ただし、剛比を同じとするため、C2として2つ目の柱を設定する。要素データが設定終了後、OKボタンを押して、CAD画面に戻る。

図5-24のようにCAD画面を使用して骨組を構築し、次に境界と荷重を割り付ける。同図に見られるように、ここではまだ、通常の間型骨組となっている。そこで、節点の座標を変更して、片流れ屋根の形状を作成する。図5-24の左下の子ウインドウで、節点情報を表示させるために、ツールチップで、「実節点」と「集団による設定」に変更し、マウスをドラッグして骨組全体を囲む。この操作で、図5-25の節点情報が得られ、図のように、節点3のz座標を500cmにセットする。操作終了後、OKボタンを押すと、図5-26のように、形状が変化する。

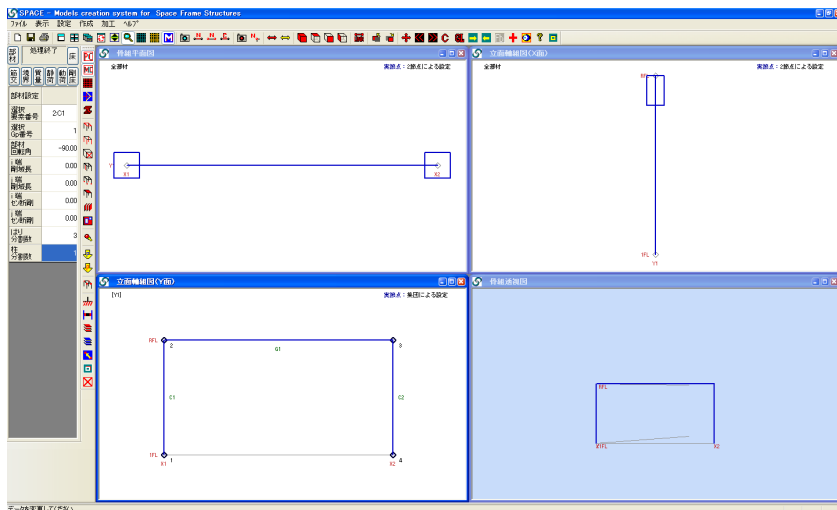


図5-24 CAD画面で骨組モデルを割り付ける



図5-25 節点情報を表示させ、座標を変更し、片流れ屋根の形状にする

図 5-26 の右下の子ウインドウで、右クリックしてプルダウンメニューを表示させ、「透視図表示項目選択」を選択する。透視図用のダイアログが表示されるので、境界と静的荷重\_1 にチェックマークを入れ、OK ボタンを押すと、右図のように荷重と境界が表示され、設定を確認する。

さらに、図 5-26 の「GL」ツールチップを押し、図 5-27 のように構造モデルをソリッド表示させ、断面を確認する。

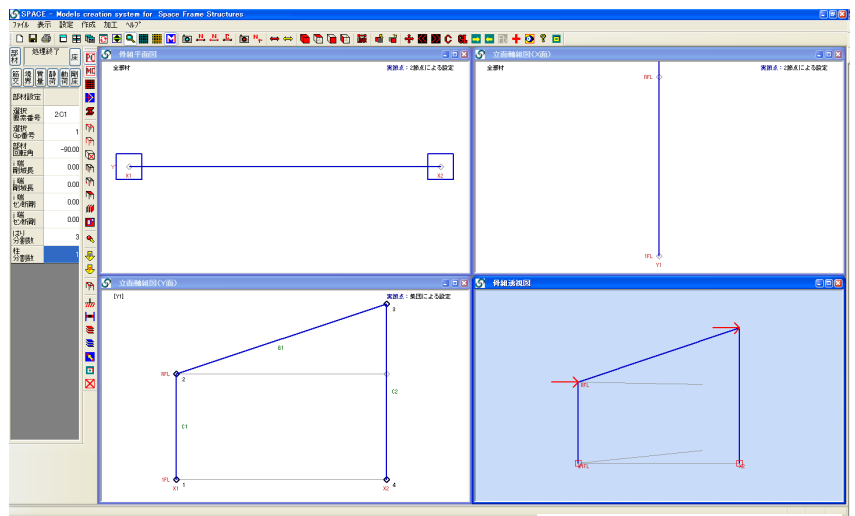


図 5-26 片流れ屋根の形状と荷重、支持境界を確認する

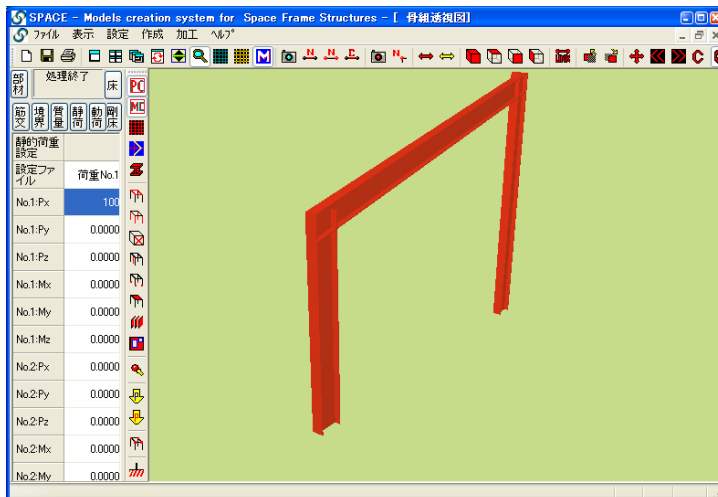


図 5-27 使用断面をソリッド表示させ、断面を確認する

図 5-26 の左下の子ウインドウで、節点情報を表示させるために、ツールチップで、「実節点」と「集団による設定」に変更し、マウスをドラッグ

して骨組全体を囲む。この操作で、図 5-28 の節点情報が得られ、設定状況を確認する。

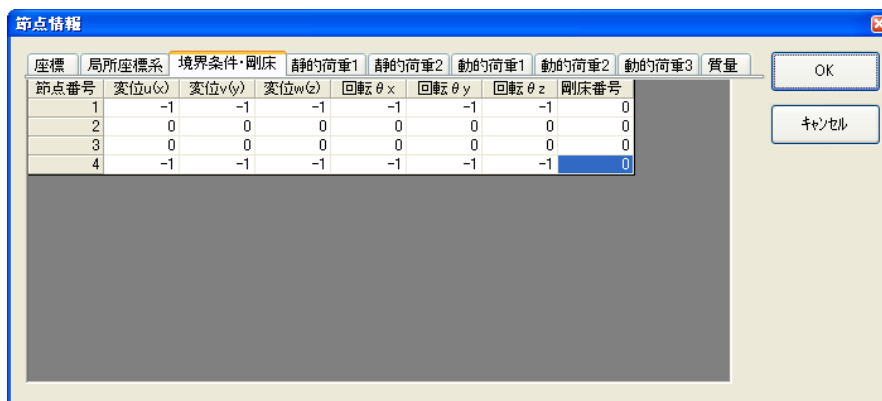


図 5-28(a) 節点情報を表示させ、境界条件を確認する



図 5-28(b) 節点情報を表示させ、荷重を確認する

例題 5-4 と同一の剛比分布とするため、梁・柱の断面二次モーメントを変更する。梁・柱の断面二次モーメントを次のように変更する。

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 23500\text{cm}^4 \\
 I_2 &= 2I_1 \frac{l'}{h_1} = \frac{2 \cdot 23500 \cdot 6.325}{3} = 99091.67 \\
 I_3 &= I_1 \frac{h_2}{h_1} = \frac{23500 \cdot 5}{3} = 39166.67
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{aligned}} \right\} \dots\dots(5.80)$$

さらに、たわみ角法の解析結果と比較するために、部材の軸方向変位が生じないように断面積を 1000 倍する。変更操作は、まず、「要素データ登録」チップを押して、「要素データ登録」ダイアログを表示させ、「変更・削除・復帰」ボタンを押す。図 5-29 に示される断面に関する情報の中で、柱・梁共に断面積の値を 1000 倍にして軸方向の剛性を上昇させ、見かけ上、部材の軸方向変位が生じないようにする。また、式 (5.80) に示すように断面二次モーメントの値を変更する。

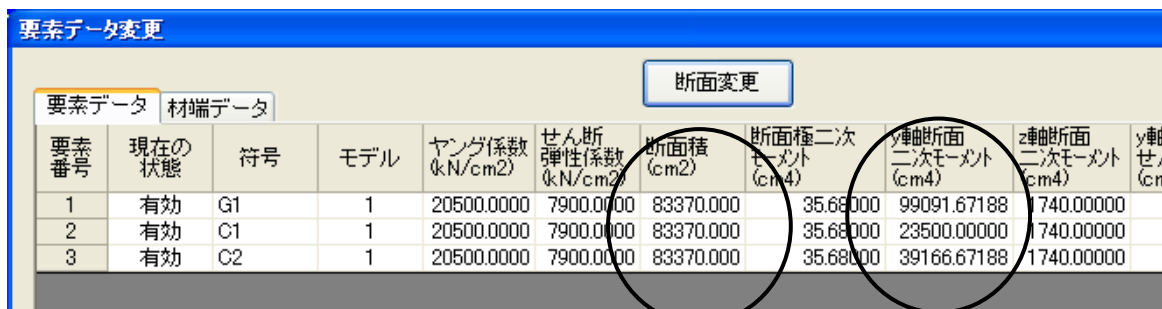


図 5-29 例題と同じ曲げ剛性とするために断面二次モーメントを変更する

上記の変更を行った後、出力ダイアログによって、構築した解析モデルをファイルに出力する。

解析を実施する前に、解析用パラメータを設定する。まず、SPACE のメニューより、図 5-30 に示す「静的解析用コントロール」ダイアログ



図 5-30 「静的解析用コントロール」ダイアログ

を用い、20回に分けて計算する。次に、「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログを表示させ、図 5-31 のように設定する。ここでは特に、「せん断変形を考慮しない」と「応力出力」にチェックマークを入れ、通常の梁モデルで解析を実施する。

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。

解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 5-32 に示す。同図の断面力とたわみ角法で求めた式 (5.69) の断面力は、良い一致を示している。

を表示させ、図のように設定する。線形解析であるため、1回の解析で良いわけであるが、ここでは、アニメーションなどの表示の都合上、図のように荷重増分法

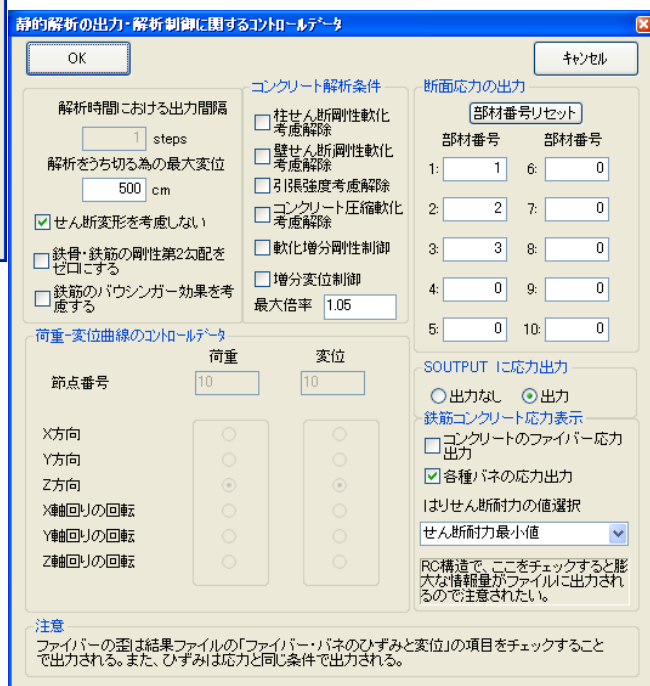


図 3-31 「静的解析の出力・解析制御に関するコントロールデータ」ダイアログ

材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	69.1142	0.0000	-142.2009	0.0000	23394.2993	0.0000
		69.1142	0.0000	-142.2009	0.0000	-19265.9840	0.0000
2	1	61.8913	0.0000	52.2212	0.0000	-19265.9840	0.0000
		61.8913	0.0000	52.2212	0.0000	13761.6049	0.0000
3	1	-69.1126	0.0000	-57.7991	0.0000	15137.9245	0.0000
		-69.1126	0.0000	-57.7991	0.0000	-13761.6049	0.0000

図 5-32 課題の静的解析結果である部材断面力

次に静的プレゼンターを起動し、図 5-33 に示すように、せん断力図と曲げモーメント図を表示させる。右図とたわみ角法で求めた図 5-22 の曲げモーメント分布とせん断力分布は一致している。

さらに、図 5-33 の左側の荷重位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 5-34 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式(5.75)で示される節点変位と同じ値となっている。

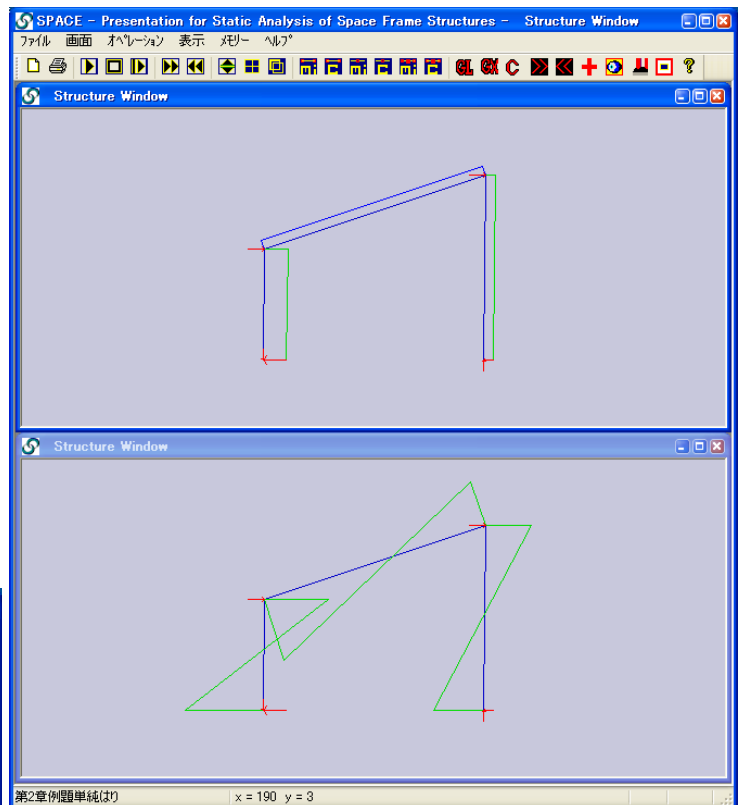


図 5-33 骨組のせん断力分布と曲げモーメント分布



図 5-34 骨組柱頭の水平方向変位

課題 1 の解析モデルを少し変更して、斜面上に立つ骨組の解析を行ってみよう。まず、課題 1 のファイルをコピーし、課題 2 とする。次にモデラーを起動し、先に行った節点の座標変更操作を再度ここで言い、図 5-35 のように座標を変更する。

5.4 課題 2

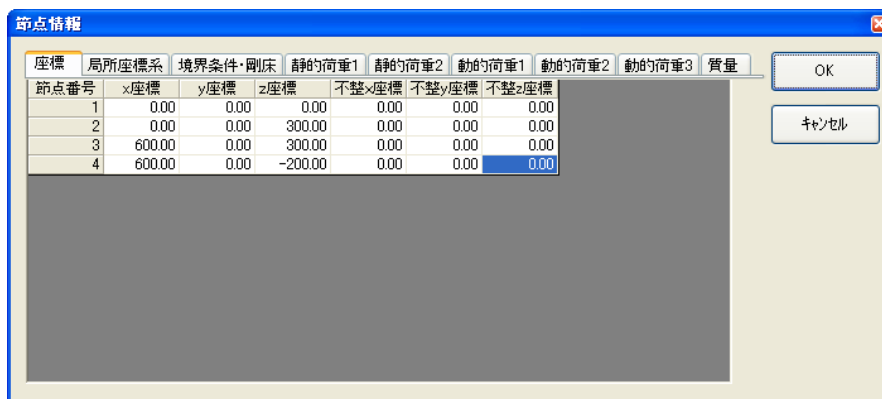


図 5-35 節点情報を表示させ、座標を変更し、斜面上に立つ骨組形状に変更する

この変更処理によって、解析モデルは図 3-37 のように、斜面に立つ骨組となる。例題 5-37 と同一の剛比分布とするため、梁・柱の断面二次モーメントを変更する。梁・柱の断面二次モーメントを次のように変更する。

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 23500\text{cm}^4 \\ I_2 &= 2I_1 \frac{l}{h_1} = \frac{2 \cdot 23500 \cdot 6}{3} = 94000 \\ I_3 &= I_1 \frac{h_2}{h_1} = \frac{23500 \cdot 5}{3} = 39166.67 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.81)$$

さらに、たわみ角法の解析結果と比較するために、部材の軸方向変位が生じないように断面積を 1000 倍する。変更操作は、まず、「要素データ登録」チップを押して、「要素データ登録」ダイアログを表示させ、「変更・削除・復帰」ボタンを押す。図 5-36 に示される断面に関する情報の中で、柱・梁共に断面積の値を 1000 倍にして軸方向の剛性を上昇させ、見かけ上、部材の軸方向変位が生じないようにする。また、式 (5.81) に示すように断面二次モーメントの値を変更する。

要素データ変更

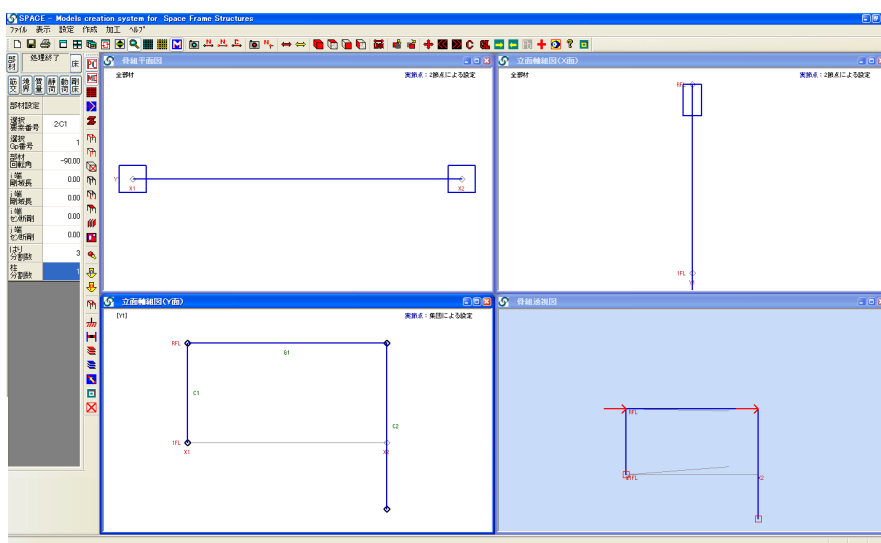
断面変更

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	せん断弾性係数 (kN/cm <sup>2</sup> )	断面積 (cm <sup>2</sup> )	断面極二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	z軸断面二次モーメント (cm <sup>4</sup> )	y軸せん断係数 (cm <sup>2</sup> )
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	83370.000	35.68000	94000.00000	1740.00000	
2	有効	C1	1	20500.0000	7900.0000	83370.000	35.68000	23500.00000	1740.00000	
3	有効	C2	1	20500.0000	7900.0000	83370.000	35.68000	39166.67188	1740.00000	

図 5-36 例題と同じ曲げ剛性とするために断面二次モーメントを変更する

上記の変更を行った後、出力ダイアログによって、構築した解析モデルをファイルに出力する。この解析モデルをファイルに出力し、課題 1 と同様に、線形解析を実施する。

図 5-37 斜面に立つ骨組の形状と荷重、支持境界を確認する



解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 5-38 に示す。同図から分かるように、曲げモーメント分布は課題 1 と同じである。

番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	55.0469	0.0000	-142.2014	0.0000	23394.4862	0.0000
		55.0469	0.0000	-142.2014	0.0000	-19265.9469	0.0000
2	1	42.2019	0.0000	55.0457	0.0000	-19265.9469	0.0000
		42.2019	0.0000	55.0457	0.0000	13761.4855	0.0000
3	1	-55.0452	0.0000	-57.7986	0.0000	15137.7943	0.0000
		-55.0452	0.0000	-57.7986	0.0000	-13761.4855	0.0000

図 5-38 課題 2 の静的解析結果である部材断面力

梁のせん断力は、部材長さが課題 1 と異なるため、次の値となる。

$$Q_2 = -\frac{M_{23} + M_{32}}{l} = -\frac{12(\alpha + 1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} \cdot P \frac{h_1}{l} = -\frac{19.2}{34.88} 200 \frac{3}{6} = -55.05kN \quad \dots\dots(5.82)$$

ここで、 $\alpha$  は

$$\alpha = \frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{5} = 0.6 \quad \dots\dots(5.83)$$

図 5-39 を参考にして、部材の軸力は節点 2 でのせん断力との釣合より、次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} N_1 = -N_3 = 55.05kN \\ N_2 = -(100 - 142.2) = 42.2kN \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.84)$$

反力は、式(5.48)より次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{(3\alpha + 23)P}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} = \frac{(3 \cdot 0.6 + 23) \cdot 200}{23 \cdot 0.6^2 + 6 \cdot 0.6 + 23} = \frac{4960}{34.88} = 142.20 \\ H_3 &= \frac{(23\alpha^2 + 3\alpha)P}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} = \frac{10.08 \cdot 200}{34.88} = 57.80 \\ V_1 &= \frac{12(\alpha + 1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} P \left(\frac{h_1}{l}\right) = \frac{19.2 \cdot 200 \cdot 0.5}{34.88} = 55.0 \\ V_3 &= \frac{12(\alpha + 1)}{23\alpha^2 + 6\alpha + 23} P \left(\frac{h_1}{l}\right) = 55.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.85)$$

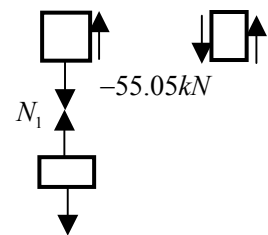


図 5-39 (a) 節点 2 での鉛直方向の釣合

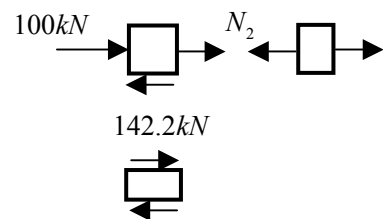


図 5-39 (b) 節点 2 での水平方向の釣合



求めた反力と外力との力の釣合を検証してみよう。上下方向の力の釣合は、反力による自己釣合が満たされており、また、水平方向の釣合は、次のように満足している。

$$P_1 + P_2 - H_1 - H_2 = 100 + 100 - 142.2 - 57.8 \rightarrow 0 \quad \dots\dots(5.86)$$

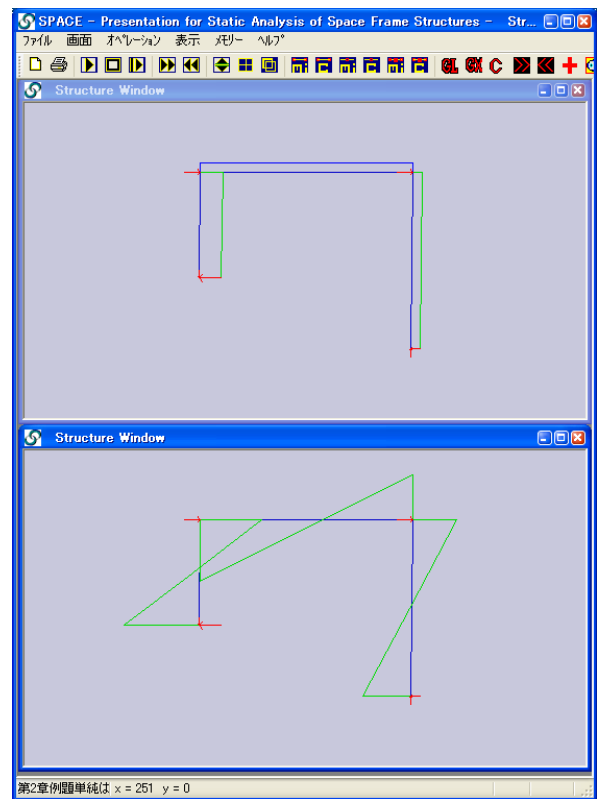
また、節点1でのモーメントは、

$$M_1 = 200 \cdot 3 - 233.9 - 151.4 - 55.0 \cdot 6 + 57.8 \cdot 2 \rightarrow 0.3 \quad \dots\dots(5.87)$$

となり、釣合がとれている。

また、図 5-40 には、せん断力図と曲げモーメントが示されており、図 5-18 と一致する。

図 5-40 骨組のせん断力分布と曲げモーメント分布

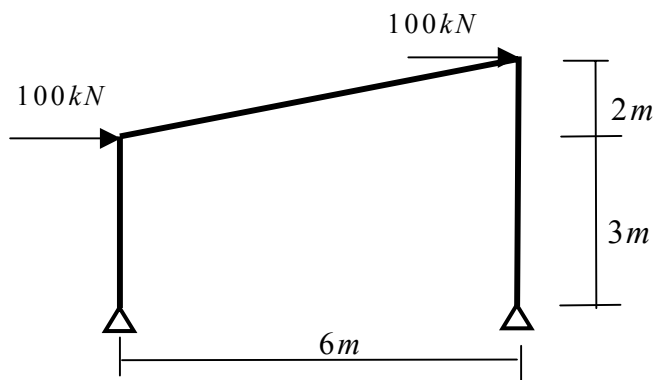


### 5.5 まとめ

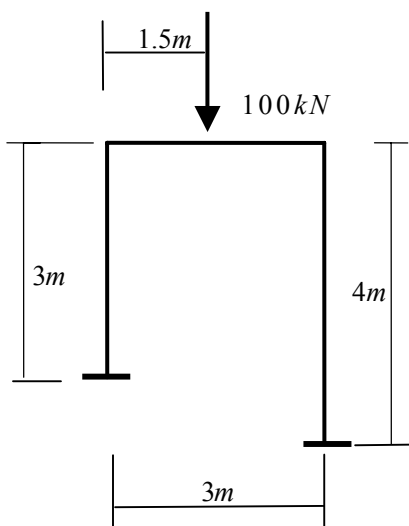
本章では、各種の荷重状態、あるいは柱の長さが異なる骨組における解析方法を学んだ。特に、ピン支持境界を有し、柱に部材荷重がある場合で、しかも節点移動が生じる場合に関する解析手法を学習した。このような条件では、解析は複雑となるが、多くの練習問題を解くことによって、十分に理解できるものと思う。また、SPACE を用いて課題の解析を実施し、たわみ角法による結果と比較・検討した。

5.6 問題

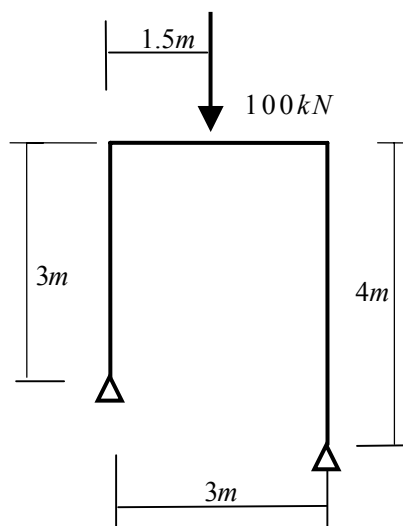
**問題 5-1** 次の骨組の応力解析を実行し、曲げモーメント図、せん断力図及び軸力図を描き、さらに、反力を求めて、外力と反力の力の釣合を確認せよ。なお、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。従って、柱・梁の剛比は計算して求める必要がある。また、SPACE を用いて、同上の解析を実施し、互いの結果を比較することで、たわみ角法の結果を検証しなさい。



問 5-1



問 5-2



問 5-3