



第6章 多層骨組の解析

ポイント：多層骨組の層せん断力の釣合を求める
層間変位を生じする整形骨組の解析

本章では、多層の骨組の応力解析を、たわみ角法を用いて行う。ここでも例題を通して、解析方法を学ぶことにする。前章では、1層の骨組について各種の境界条件と荷重条件を加えて、応力解析を実施し、その解析手続きを学習した。本章でも同様の手法で応力解析を実施するが、多層となるため、層せん断力の釣合、あるいは層モーメント釣合が層の数だけ必要となる。ここでは、特に、この層せん断力の求め方を中心に学ぶことにする。

6.1 はじめに

キーワード

層せん断力の釣合 層モーメントの釣合 多層骨組

本節では、次の例題を用いて2層骨組の解析を行い、その解析手順を学ぶ。

6.2 2層骨組の解析

例題 6-1 2層の骨組に等分布荷重が加わっている場合について、応力解析を実行し、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

図6-1に示される2層の骨組について応力解析を行う。対称構造物に対称荷重が加わっていることから、変形・応力は対称となる。境界条件と対称条件より、

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = \varphi_4 = 0 \\ \varphi_2 = -\varphi_5 \\ \varphi_3 = -\varphi_6 \\ \psi_1 = \psi_{II} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(固定境界)} \\ \text{対称条件} \end{array} \dots\dots(6.1)$$

解析は、次の順序で行う。

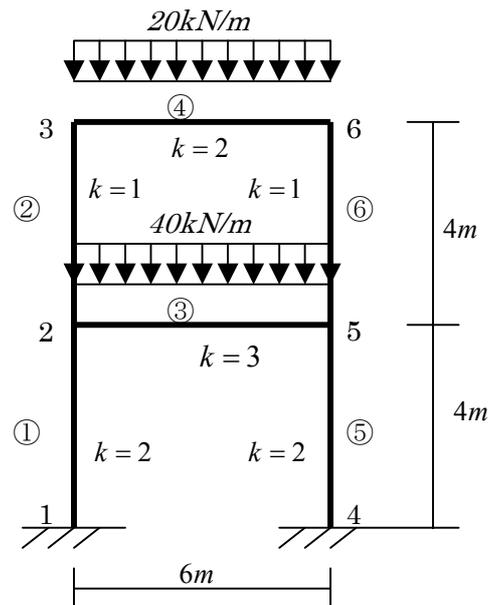


図6-1 2層骨組

1) 基本応力の計算

③部材

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{\bar{P}_w l^2}{12} = \frac{40 \times 6^2}{12} = 120 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ M_0 &= \frac{\bar{P}_w l}{8} = 180 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ Q &= \frac{\bar{P}_w l}{2} = 120 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.2)$$

④部材

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{20 \times 6^2}{12} = 60 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ M_0 &= \frac{20 \times 6^2}{8} = 90 \text{ kN} \cdot \text{m} \\ Q &= \frac{20 \times 6}{2} = 60 \text{ kN} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.3)$$

2) 基本式 (境界条件と対称条件を適用)

①部材 (柱)

②部材 (柱)

③部材 (梁)

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 2\varphi_2 & M_{23} &= 2\varphi_2 + \varphi_3 & M_{25} &= 3(2\varphi_2 + \varphi_3) - 120 \\ & & & & &= 3\varphi_2 - 120 \\ M_{21} &= 4\varphi_2 & M_{32} &= 2\varphi_3 + \varphi_2 & M_{32} &= 3(2\varphi_3 + \varphi_2) + 120 \\ & & & & &= -3\varphi_2 + 120 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.4)$$

④部材 (梁)

$$\left. \begin{aligned} M_{36} &= 2(2\varphi_3 + \varphi_6) - 60 \\ &= 2\varphi_3 - 60 \\ M_{63} &= 2(2\varphi_6 + \varphi_3) + 60 \\ &= -2\varphi_3 + 60 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.5)$$

3) 釣合式

節点2でのモーメントの釣合

$$\begin{aligned} M_{21} + M_{23} + M_{25} &= 0 \\ 4\varphi_2 + 2\varphi_2 + \varphi_3 + 3\varphi_2 - 120 &= 0 \rightarrow 9\varphi_2 + \varphi_3 = 120 \end{aligned} \dots\dots(6.6)$$

節点3でのモーメントの釣合

$$\begin{aligned} M_{32} + M_{36} &= 0 \\ 2\varphi_3 + \varphi_2 + 2\varphi_3 - 60 &= 0 \rightarrow \varphi_2 + 4\varphi_3 = 60 \end{aligned} \dots\dots(6.7)$$

釣合式をまとめ、行列表示すると、以下の連立方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 120 \\ 60 \end{Bmatrix} \dots\dots(6.8)$$

4) 釣合式を解く

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= 12 \\ \varphi_3 &= 12 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.9)$$

5) 得られた解を材端モーメントに代入する

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 2\varphi_1 = 2 \times 12 = 24kN \cdot m \\ M_{21} &= 2(2\varphi_2) = 4 \times 12 = 48kN \cdot m \\ M_{23} &= 1(2\varphi_2 + \varphi_3) = 24 + 12 = 36 \\ M_{32} &= 1(2\varphi_3 + \varphi_2) = 36 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.10)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{25} &= 3\varphi_2 - 120 = 3 \times 12 - 120 = -84 \\ M_{52} &= -3\varphi_2 + 120 = 84 \\ M_{36} &= 2\varphi_3 - 60 = 24 - 60 = -36 \\ M_{63} &= -2\varphi_3 + 60 = -36 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.11)$$

6) 基本応力を考慮して、部材荷重が加わっている部材中央の曲げモーメントを求める

部材3と4の部材中央の曲げモーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_{3C} &= M_0 - \frac{1}{2}(-M_{25} + M_{52}) \\ &= 180 - \frac{1}{2}(84 + 84) = 96 \\ M_{4C} &= 90 - \frac{1}{2}(36 + 36) = 54 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.12)$$

変形や断面力分布が対称であることを考慮し、以上をまとめると、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図が次のように求められる。

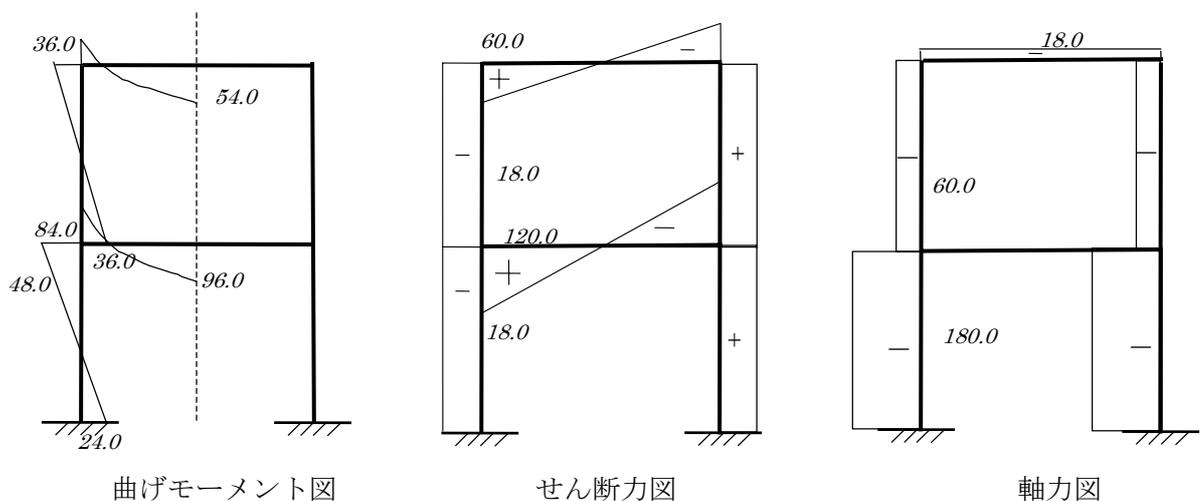


図 6-2 曲げモーメント、せん断力、軸力図

図6-2を利用して反力を求め、外力と反力を図6-3に示す。同図より、上下方向と水平方向の力の釣合がとれていることは容易に理解できる。また、節点1での外力と反力とのモーメントは

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 2 \times 6 \cdot \frac{6}{2} + 4 \times 6 \cdot \frac{6}{2} - 2.4 + 2.4 - 18 \times 6 \\
 &= 36 + 72 - 108 \\
 &= 0
 \end{aligned}
 \quad \dots\dots (6.13)$$

となり、釣合がとれていることが分かる。

節点において、どのように力の釣合がとれているかについて再度確認してみよう。図6-4には、節点における断面力の釣合が表されている。節点3では、図のように梁と柱による曲げモーメントの釣合がとれており、また、梁のせん断力と柱の軸力による力の釣合が、梁の軸力は柱のせん断力によって力の釣合がとれていることが分かる。同様に、節点2においてモーメントの釣合、x方向・y方向の力の釣合がとれていることが分かる。このように、節点では、常に、断面力と外力、及び反力との釣合がとれていることになる。

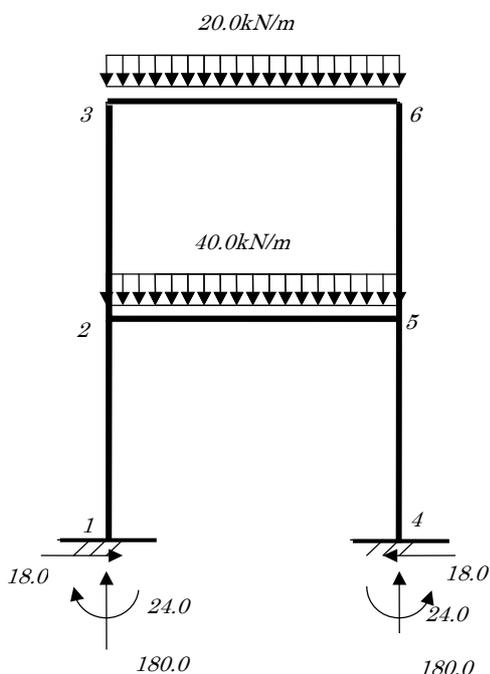


図6-3 反力と外力

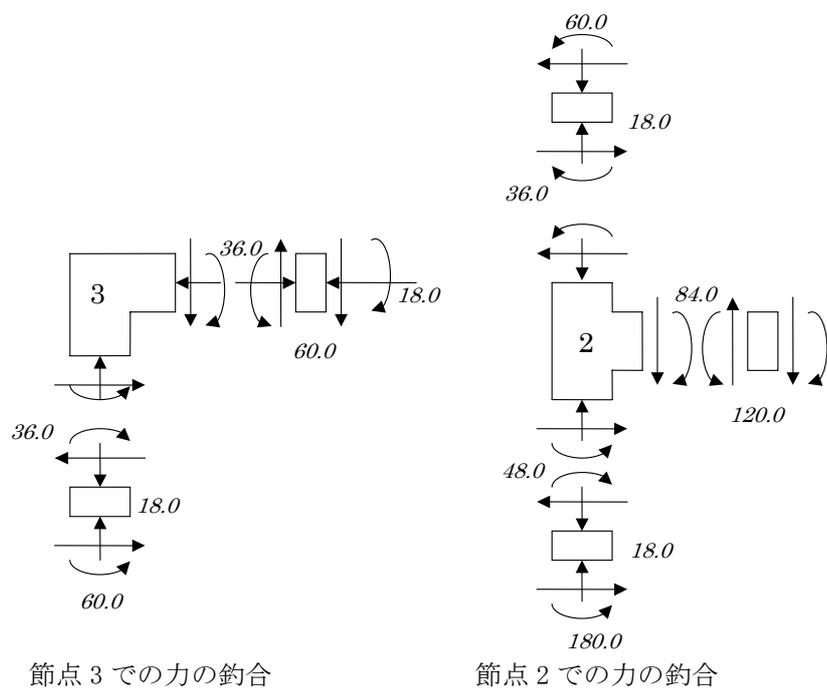


図6-4 節点での力の釣合

例題 6-2 2層骨組に水平外力が加わる場合について、応力解析を実行し、曲げモーメント図、せん断力図、軸力図を描け。

例題 6-1 で用いた 2 層の対称構造物に水平力が加わった場合の応力解析を行う。変形状態・応力状態共に逆対称となる。

1) 固定境界と逆対称条件

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_4 = 0 & \quad (\text{固定境界}) \\ \varphi_2 = \varphi_5 & \\ \varphi_3 = \varphi_6 & \end{aligned} \right\} \text{ (逆対称変形)} \quad \dots\dots(6.14)$$

2) 基本式

上式の境界条件を用いて、各部材の基本式を示す。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} = 2(\varphi_2 + \psi_1) = M_{45} \\ M_{21} = 2(2\varphi_2 + \psi_1) = M_{54} \\ M_{23} = 1(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II}) = M_{56} \\ M_{32} = 1(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II}) = M_{65} \\ M_{25} = 3(2\varphi_2 + \varphi_5) = 3(3\varphi_2) = M_{52} \\ M_{36} = 2(2\varphi_3 + \varphi_6) = 2(3\varphi_3) = M_{63} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.15)$$

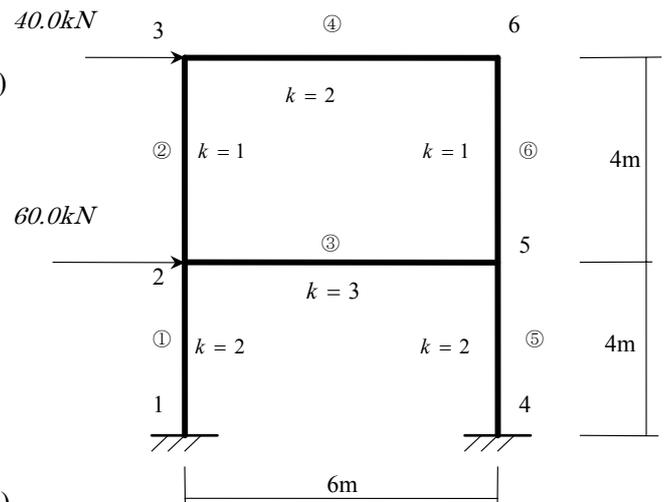


図 6-5 例題 6-2 の骨組

3) 釣合式

- 節点 2 でのモーメントの釣合

$$\begin{aligned} M_{21} + M_{23} + M_{25} &= 0 \\ 4\varphi_2 + 2\psi_1 + 2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II} + 9\varphi_2 &= 0 \rightarrow 15\varphi_2 + \varphi_3 + 2\psi_1 + \psi_{II} = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots(6.16)$$

- 節点 3 でのモーメントの釣合

$$\begin{aligned} M_{32} + M_{36} &= 0 \\ 2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_1 + 6\varphi_3 &= 0 \rightarrow \varphi_2 + 8\varphi_3 + \psi_1 = 0 \end{aligned} \quad \dots\dots(6.17)$$

- 1 層での層モーメントの釣合

$$\begin{aligned} M_{12} + M_{21} &= -\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 4 \\ 6\varphi_2 + 4\psi_1 &= 200 \rightarrow 2\varphi_2 + \frac{4}{3}\psi_1 = -\frac{200}{3} \end{aligned} \quad \dots\dots(6.18)$$

- 2 層での層モーメントの釣合

$$M_{23} + M_{32} = -\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 4$$

$$2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II} + 2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II} = -80 \rightarrow \varphi_2 + \varphi_3 + \frac{2}{3}\psi_{II} = -\frac{80}{3} \dots\dots(6.19)$$

以上の釣合式をまとめ、行列形式にすると以下の式となる。

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & \frac{4}{3} & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{200}{3} \\ -\frac{80}{3} \end{Bmatrix} \dots\dots(6.20)$$

4) 連立方程式を解く

$$\left. \begin{aligned} \varphi_2 &= \frac{93}{68} = 13.7 \\ \varphi_3 &= \frac{49}{68} = 7.2 \\ \psi_I &= -\frac{479.5}{68} = -70.5 \\ \psi_{II} &= -\frac{485}{68} = -71.3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.21)$$

5) 材端モーメントを求める

得られた回転角と部材角を材端モーメントに代入すると

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 2(13.7 - 70.5) = -113.6 \\ M_{21} &= 2(2 \cdot 13.7 - 70.5) = -86.2 \\ M_{23} &= 1(2 \cdot 13.7 + 7.2 - 71.3) = -36.7 \\ M_{32} &= 1(2 \cdot 7.2 + 13.7 - 71.3) = -43.2 \\ M_{25} &= 9 \cdot 13.7 = 123.3 \\ M_{36} &= 6 \cdot 7.2 = 43.2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.22)$$

計算した材端モーメントから、骨組の曲げモーメント図を図6-6(a)のように描く。

曲げモーメント図より、各部材のせん断力を求める。

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= -\frac{1}{4}(-113.6 - 86.2) = 50.0 \\ Q_2 &= -\frac{1}{4}(-36.7 - 43.2) = 20.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.23)$$

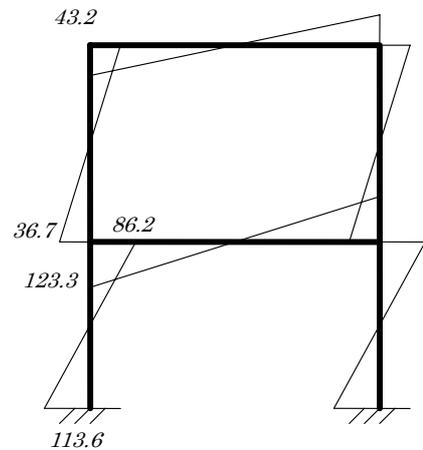


図6-6(a) 曲げモーメント図

$$\begin{aligned}
 Q_3 &= \frac{1}{6}(123.3 + 123.3) = 41.1 \\
 Q_4 &= \frac{1}{6}(43.2 + 43.2) = 14.4
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} Q_3 \\ Q_4 \end{aligned}} \right\} \dots\dots(6.24)$$

各節点での力の釣合より、部材の軸力を求める。その結果をせん断力図と軸力図として描く。

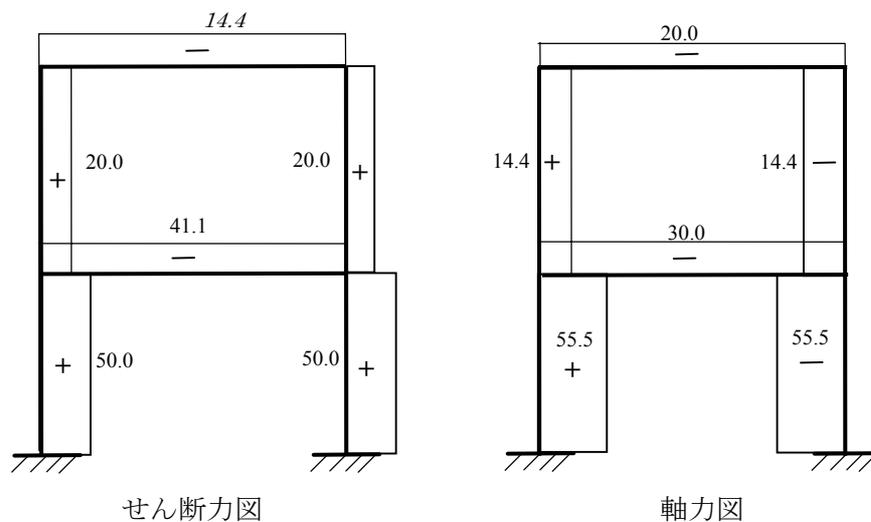


図 6-6(b) せん断力、軸力図

各断面力図より、以下のように反力が求められる。右図より、水平方向と鉛直方向の力の釣合が得られていることは容易に理解できる。また、モーメントの釣合は、節点1におけるモーメントを計算すると、

$$\begin{aligned}
 M_1 &= 4 \cdot 80 + 6 \cdot 40 - 113.6 - 113.6 - 55.5 \cdot 6 \\
 &= 320.0 + 240.0 - 227.2 - 333.0 \\
 &= -0.2 \text{ (誤差)} \quad \dots\dots(6.25)
 \end{aligned}$$

となり、この結果より釣合はとれているといっ
て良い。

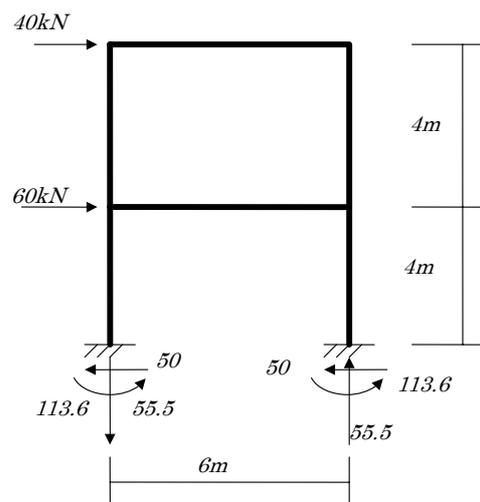


図 6-6(c) 外力と反力

6.3 課題 1

本節では、SPACE を用いて、例題 6-2 について数値解析を実施し、たわみ角法で求めた結果と比較する。まず、例題 6-2 を以下に示す。ただし、ここでは、鋼材は SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、スパンは 6m とし、階高は 4m とする。部材の断面二次モーメントは 23500 cm⁴ であり、ヤング係数は 20500kN/cm² とする。ただし、SPACE のデータベースより求めた値である。

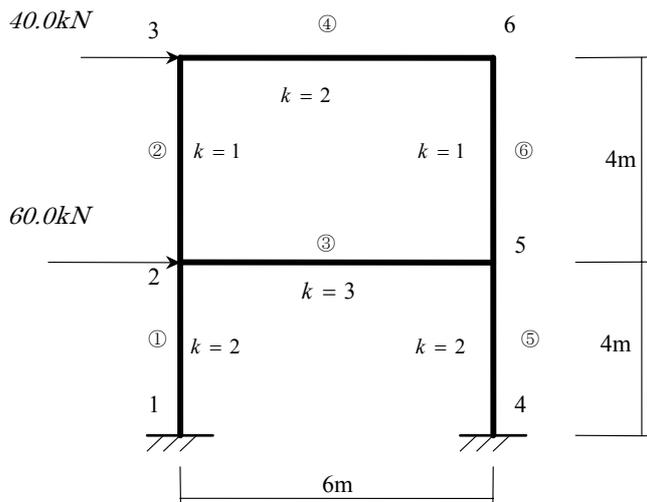


図 6-7 例題 6-2 の骨組

この解析モデルは逆対称変位となるため、式(6.14)に示される逆対称条件と骨組の固定支持条件が加わる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_4 = 0 \\ \varphi_2 = \varphi_5 \\ \varphi_3 = \varphi_6 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.26)$$

上式を用いて、各部材の材端モーメントは、式(6.15)より、

$$\left. \begin{aligned} M_{12} = 2(\varphi_2 + \psi_I) = M_{45} \\ M_{21} = 2(2\varphi_2 + \psi_I) = M_{54} \\ M_{23} = 1(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II}) = M_{56} \\ M_{32} = 1(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II}) = M_{65} \\ M_{25} = 3(2\varphi_2 + \varphi_3) = 3(3\varphi_2) = M_{52} \\ M_{36} = 2(2\varphi_3 + \varphi_6) = 2(3\varphi_3) = M_{63} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.27)$$

節点でのモーメントの釣合と、各層における層モーメントの釣合より、式(6.20)の骨組全体の釣合式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 200 \\ -\frac{80}{3} \end{Bmatrix} \quad \dots (6.28)$$

例題では、上式の解は手計算で求めたが、ここでは、添付ファイルにある Excel VBA による連立方程式の解法用プログラムを用いて解くことにしよう。その解析状況が図 6-8 に示されており、得られた解が次に示される。

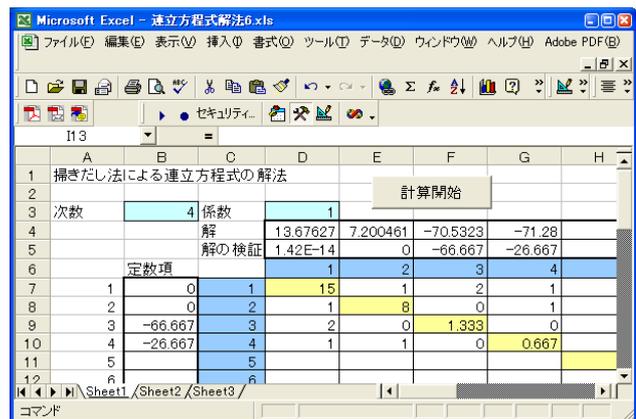


図 6-8 Excel の VBA による連立方程式の解法

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13.68 \\ 7.20 \\ -70.53 \\ -71.28 \end{Bmatrix} \quad \dots (6.29)$$

上で得られた解は、手計算で求めた解 (6. 21) と一致している。従って、材端の曲げモーメントは式 (6. 22) で与えられ、この材端モーメントを用いて、骨組の曲げモーメント図、及び、せん断力図、軸力図を以下に示す。

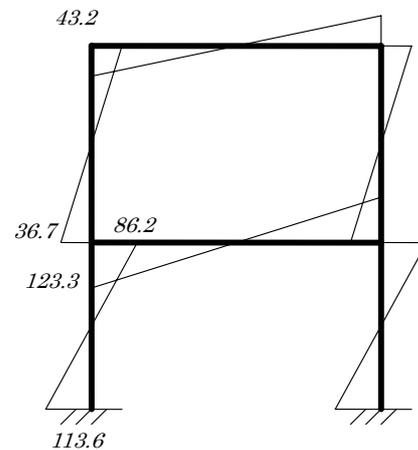


図 6-9 (a) 曲げモーメント図

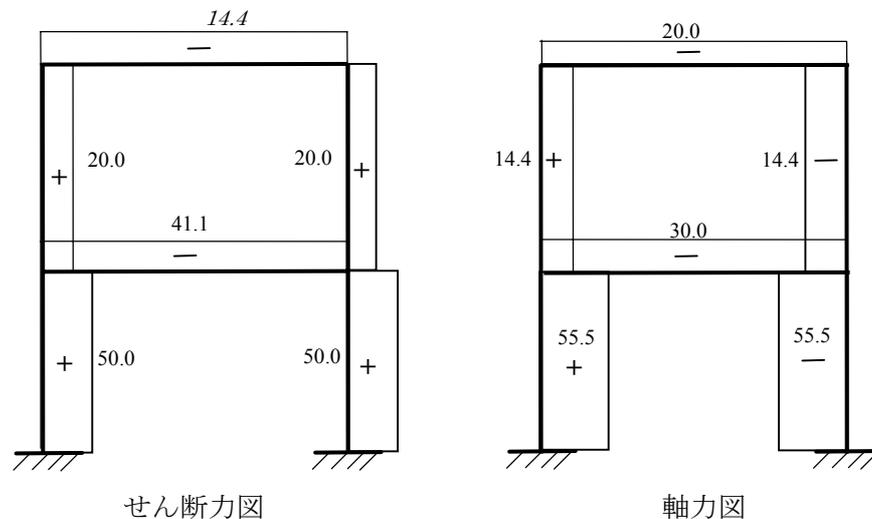


図 6-9 (b) せん断力、軸力図

各層の床位置における水平変位は、部材角を用いて次式で求められる。

$$\begin{aligned}
 K_0 &= \frac{2EI}{h_2} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{400} = 2.409 \cdot 10^6 \\
 \delta_1 &= R_1 h_1 = \frac{-\psi_1 h_1}{-3K_0} = \frac{70.53 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100}{3 \cdot 2.409 \cdot 10^6} = \frac{2.821 \cdot 10^6}{7.227 \cdot 10^6} = 0.390 \text{ cm} \\
 \delta_1 &= \delta_1 + R_{II} h_2 = 0.390 + \frac{-\psi_{II} h_2}{-3K_0} \\
 &= 0.390 + \frac{71.28 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100}{3 \cdot 2.409 \cdot 10^6} = 0.390 + \frac{2.851 \cdot 10^6}{7.227 \cdot 10^6} = 0.784 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \tag{6.30}$$

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「たわみ角法演習解析モデル」-「第6章」フォルダ内の「課題1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「2層骨組.ct1」とする。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前章とほぼ同じであり、異なる部分のみ説明することになる。

最初は、初期設定ウィザードが自動的にダイアログを表示させるので、これに従ってデータを入力する。まず、図タイトルを入力し、次に平面フレームを選択し、構造物の規模として、図 6-10 のように「スパン数」を1に、階数は2にセットする。次に、図 6-11 に示すように、スパン長を600cm に、各層の階高を400cm にセットする。

さらに、使用する部材断面を作成登録する。図 2-23 で、鉄骨を選択し、材料は SS400 を、また、部材モデルは弾性

とする。
断面

は、H-400x200x8x13 とし、DB 値を採用する。図 6-12 に示すように、梁用の断面を G1 として設定する。また、柱用は、同じ断面で設定し、記号を C1 とする。

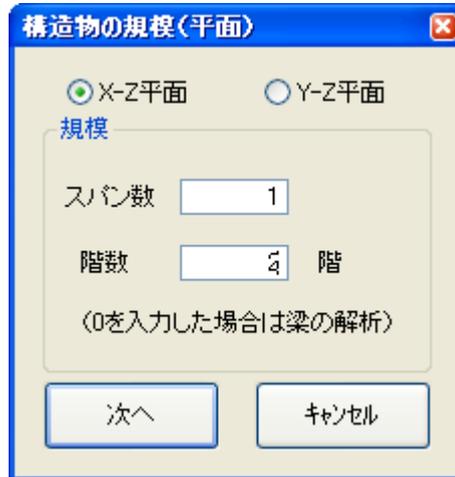


図 6-10 構造物の規模



図 6-11 スパンと階高さの設定



図 6-12 部材断面の設定

この骨組では、各層の梁・柱の剛比が異なるため、梁・柱共に同じ断面でさらに2つ作成し、各々、G2とC2とする。要素データが設定終了後、OKボタンを押して、CAD画面に戻る。

図6-13のようにCAD画面を使用して骨組を構築し、次に境界と荷重を割り付ける。梁と柱を割り付ける際、第1層では、C1とG1を、第2層では、C2とG2を用いる。また、柱の回転角として規定値は-90度となっているが、平面問題では、0度に設定して使用する。

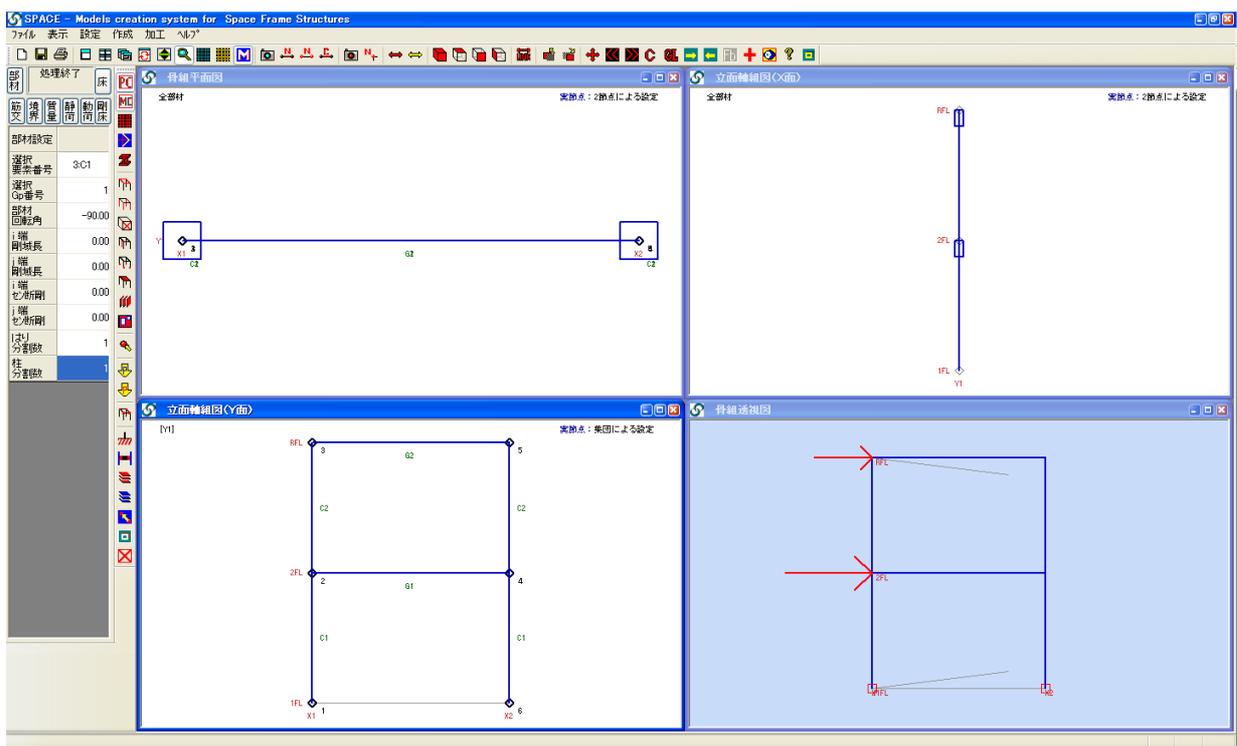


図 6-13 CAD画面で解析モデルを作成する

さらに、前章と同様に、「要素登録」機能を利用して、図6-14のように要素データを変更する。変更方法は、前章を参照されたい。ここでは、たわみ角法の解析結果と比較するために、断面積を1000倍に、また、梁・柱の断面二次モーメントを課題の剛比に合わせるために、次の表のように変更する。

1 層柱 : $k=2$ (断面二次モーメントを 2 倍する)
 2 層柱 : $k=1$
 2 階梁 : $k=3$ 、 $h/l=1.5$ (断面二次モーメントを 4.5 倍する)
 R 階梁 : $k=2$ 、 $h/l=1.5$ (断面二次モーメントを 3 倍する)

要素データ変更

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm ²)	せん断弾性係数 (kN/cm ²)	断面積 (cm ²)	断面極二次モーメント (cm ⁴)	y軸断面二次モーメント (cm ⁴)	z軸断面二次モーメント (cm ⁴)	y軸回りのせん断断面積 (cm ²)	z軸回りのせん断断面積 (cm ²)
1	有効	G1	1	20500.0000	7900.0000	83370.0000	35.68000	105750.0000	1740.00000	30.50606	
2	有効	G2	1	20500.0000	7900.0000	83370.0000	35.68000	70500.00000	1740.00000	30.50606	
3	有効	C1	1	20500.0000	7900.0000	83370.0000	35.68000	47000.00000	1740.00000	30.50606	
4	有効	C2	1	20500.0000	7900.0000	83370.0000	35.68000	23500.00000	1740.00000	30.50606	

図 6-14 解析モデルに合わせるために、断面特性を変更する

解析モデルを全て設定した後、メニューの「ファイル」→「ファイルへの出力」を選択し、「構造ファイル」と「静的荷重ファイル_1」、情報ファイルを指定し、OK ボタンを押して出力する。

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。

解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている 20 回目の解析結果を図 6-15 に示す。図に見られるように、たわみ角法によって求めた断面力と SPACE による解析結果は良い一致を示している。

番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	55.4413	0.0000	-50.0007	0.0000	11367.8949	0.0000
		55.4413	0.0000	-50.0007	0.0000	-8632.3718	0.0000
2	1	14.4119	0.0000	-19.9998	0.0000	3676.4301	0.0000
		14.4119	0.0000	-19.9998	0.0000	-4323.4876	0.0000
3	1	-29.9988	0.0000	41.0291	0.0000	-12308.8019	0.0000
		-29.9988	0.0000	41.0291	0.0000	12308.6878	0.0000
4	1	-20.0001	0.0000	14.4117	0.0000	-4323.4876	0.0000
		-20.0001	0.0000	14.4117	0.0000	4323.5383	0.0000
5	1	-55.4404	0.0000	-49.9993	0.0000	11367.5904	0.0000
		-55.4404	0.0000	-49.9993	0.0000	-8632.1435	0.0000
6	1	-14.4115	0.0000	-20.0002	0.0000	3676.5443	0.0000
		-14.4115	0.0000	-20.0002	0.0000	-4323.5383	0.0000

図 6-15 課題の静的解析結果である部材断面力

次に静的プレゼンターを起動し、図 6-16 に示すように、せん断力図と曲げモーメント図を表示させる。右図とたわみ角法で求めた図 5-17 の曲げモーメント分布とせん断力分布は、一致している。

さらに、図 6-16 の柱頭位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 6-17 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式(6.30)と示される節点変位と同じ値となっている。

図 6-16 課題のせん断力分布と曲げモーメント分布

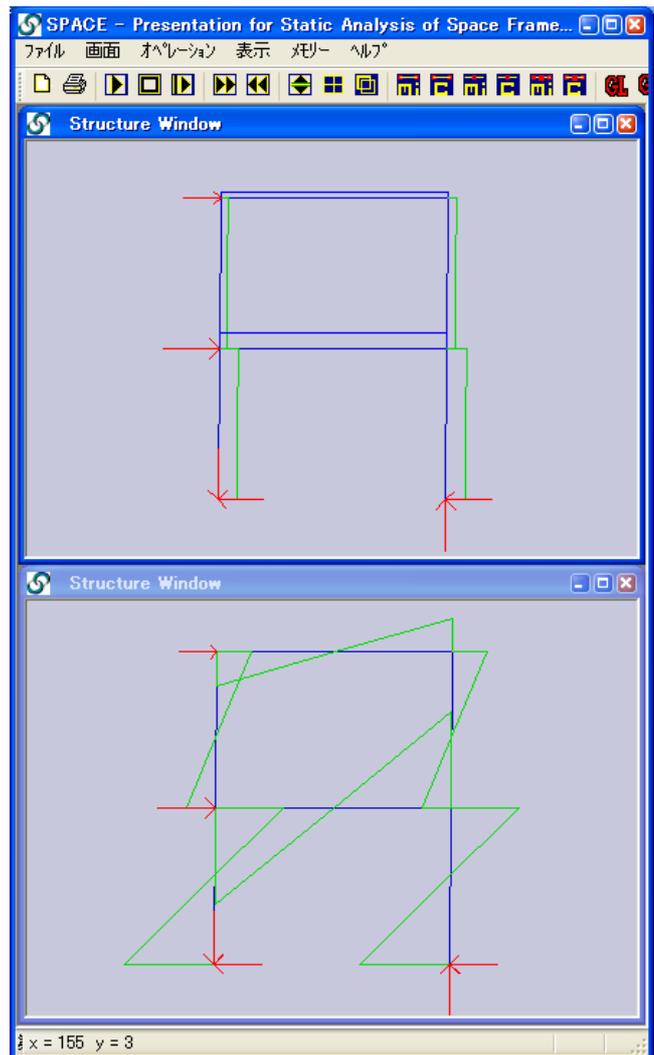


図 6-17 骨組柱頭の水平方向変位

本節では、前節と同様に SPACE を用いて、図 6-18 に示す例題について数値解析を実施し、たわみ角法で求めた結果と比較する。ここでは、鋼材は SS400 を使用し、部材断面は、全て H-400x200x8x13 を使用するものとする。また、スパンは 6m とし、階高は 4m とする。部材の断面二次モーメントは 23500 cm⁴ であり、ヤング係数は 20500kN/cm² とする。ただし、SPACE のデータベースより求めた値である。

ここで用いる例題の骨組は、前節の例題と同じであり、異なる点は、柱の中央に部材荷重が加わっていることである。

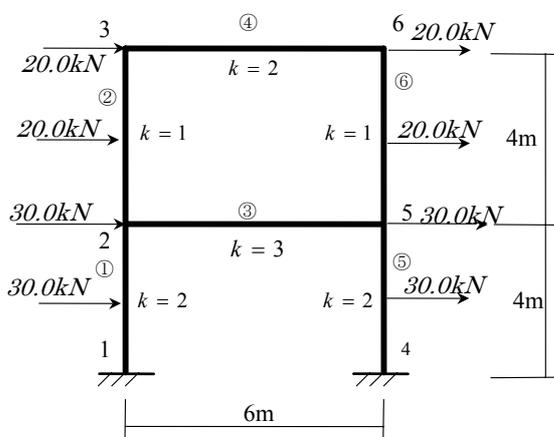


図 6-18 課題 2 の骨組

上の荷重状態は少し現実とは異なっているが、これは、解析モデルが逆対称変位となるように設定したためである。まず、柱に部材荷重が加わっているので、基本応力を求めておく。

第1層

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{Ph_1}{8} = \frac{30 \times 4}{8} = 15kN \cdot m \\ M_0 &= \frac{Ph_1}{4} = 30kN \cdot m \\ Q &= \frac{P}{2} = 15kN \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.31)$$

第2層

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \frac{Ph_2}{8} = \frac{20 \times 4}{8} = 10kN \cdot m \\ M_0 &= \frac{Ph_2}{4} = 20kN \cdot m \\ Q &= \frac{P}{2} = 10kN \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.32)$$

骨組が対称で荷重が逆対称であることから、式(6.14)に示される逆対称条件と骨組の固定支持条件が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 = \varphi_4 = 0 \\ \varphi_2 = \varphi_5 \\ \varphi_3 = \varphi_6 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.33)$$

上式を用いて、各部材の材端モーメントは、式(6.15)より、次式で与えられる。ただし、柱に部材荷重が加わっているため、固定端モーメントが柱の材端モーメントの式に付加されている。

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 2(\varphi_2 + \psi_I) - C_1 = M_{45} \\ M_{21} &= 2(2\varphi_2 + \psi_I) + C_1 = M_{54} \\ M_{23} &= 1(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_{II}) - C_2 = M_{56} \\ M_{32} &= 1(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_{II}) + C_2 = M_{65} \\ M_{25} &= 3(2\varphi_2 + \varphi_3) = 3(3\varphi_2) = M_{52} \\ M_{36} &= 2(2\varphi_3 + \varphi_6) = 2(3\varphi_3) = M_{63} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.34)$$

節点でのモーメントの釣合と、各層における層モーメントの釣合より、骨組全体の釣合式が、式(6.28)を参考に次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -10 \\ 280 & 60 \\ 3 & 3 \\ 80 & 40 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 5 \\ 10 \\ 113.33 \\ 40 \end{Bmatrix} \dots\dots(6.35)$$

次に、添付ファイルにある Excel VBA を使用した連立方程式を解くプログラムを用いる。その結果が、図 6-19 に示されており、得られた解が次に示されている。

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \psi_I \\ \psi_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 21.87 \\ 9.37 \\ -117.84 \\ -106.81 \end{Bmatrix} \dots\dots(6.36)$$

得られた回転角と部材角を材端モーメントに代入すると

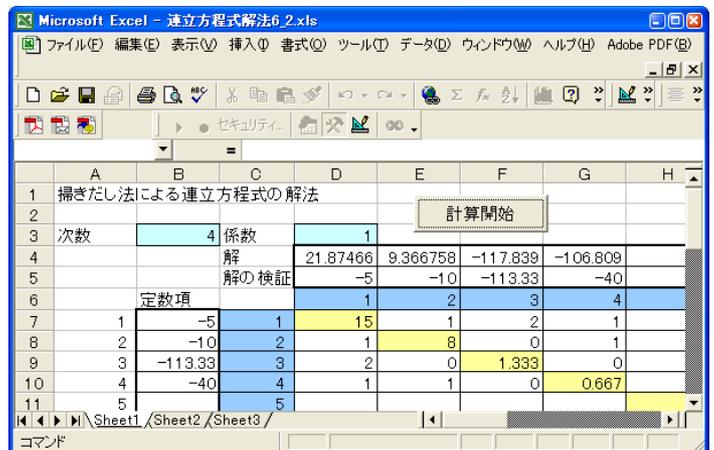


図 6-19 Excel の VBA による連立方程式の解法

$$\left. \begin{aligned} M_{12} &= 2(21.87 - 117.84) - 15 = -206.9 \\ M_{21} &= 2(2 \cdot 21.87 - 117.84) + 15 = -133.2 \\ M_{23} &= 1(2 \cdot 21.87 + 9.37 - 106.81) - 10 = -63.7 \\ M_{32} &= 1(2 \cdot 9.37 + 21.87 - 106.81) + 10 = -56.2 \\ M_{25} &= 9 \cdot 21.87 = 196.9 \\ M_{36} &= 6 \cdot 9.37 = 56.2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.37)$$

柱部材中央の曲げモーメントは、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{1c} &= M_0 - \frac{1}{2}(-M_{12} + M_{21}) = 30 - \frac{1}{2}(206.9 - 133.2) = -6.9 \\ M_{2c} &= 20 - \frac{1}{2}(63.7 - 56.2) = 16.3 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.38)$$

材端モーメントより、各部材のせん断力を求める。

$$\left. \begin{aligned} Q_{1l} &= -\frac{1}{2}(-206.9 + 6.9) = 100.0; Q_{1u} = -\frac{1}{2}(-6.9 - 133.2) = 70.1 \\ Q_{2l} &= -\frac{1}{2}(-63.2 - 16.3) = 40.0; Q_{2u} = -\frac{1}{2}(16.3 - 56.2) = 20.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.39)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_3 &= \frac{1}{6}(196.9 + 196.9) = 65.6 \\ Q_4 &= \frac{1}{6}(56.2 + 56.2) = 18.7 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.40)$$

各節点での力の釣合より、部材の軸力を求める。以上より、曲げモーメント分布、せん断力、軸力分布を求め、図 6-20 に示す。

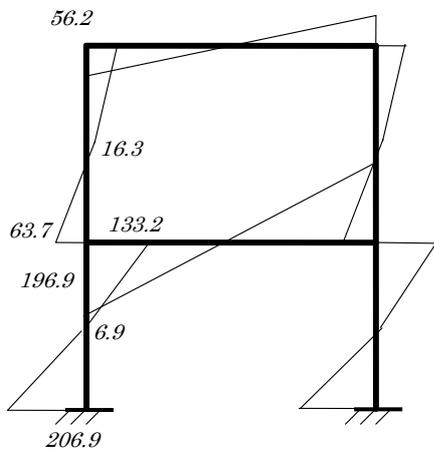


図 6-20 (a) 曲げモーメント図

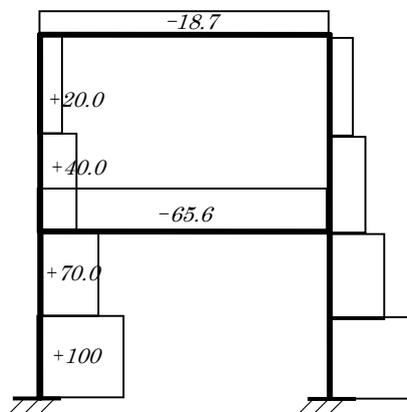


図 6-20 (b) せん断力図

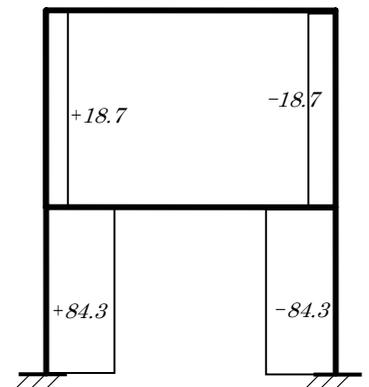


図 6-20 (c) 軸力図

各層の床位置における水平変位は、部材角を用いて次式で求められる。

$$\begin{aligned}
 K_0 &= \frac{2EI}{h_2} = \frac{2 \cdot 20500 \cdot 23500}{400} = 2.409 \cdot 10^6 \\
 \delta_1 &= R_1 h_1 = \frac{-\psi_1 h_1}{-3K_0} = \frac{117.84 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100}{3 \cdot 2.409 \cdot 10^6} = \frac{4.714 \cdot 10^6}{7.227 \cdot 10^6} = 0.652 \text{ cm} \\
 \delta_1 &= \delta_1 + R_{II} h_2 = 0.390 + \frac{-\psi_{II} h_2}{-3K_0} \\
 &= 0.652 + \frac{106.81 \cdot 100 \cdot 4 \cdot 100}{3 \cdot 2.409 \cdot 10^6} = 0.652 + \frac{4.272 \cdot 10^6}{7.227 \cdot 10^6} = 1.243 \text{ cm}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \delta_1 \\ \delta_1 \end{aligned}} \right\} \dots\dots (6.41)$$

次に、SPACE を用いて、数値計算を実施する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「たわみ角法演習解析モデル」-「第6章」フォルダ内の「課題2」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「2層骨組.ct1」としよう。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。モデラーによる骨組の設定は、前節の課題とほぼ同じであり、異なる部分は、柱の中央に水平集中荷重が加わっていることである。このため、解析モデルで、柱部材を2分割する必要がある。後は、全て同一である。特に、解析モデルと同じ剛比となるように、部材の断面二次モーメントの変更を忘れないようにしよう。

モデラーで作成した解析モデルを図6-21に、また、荷重状態を図6-22に示す。

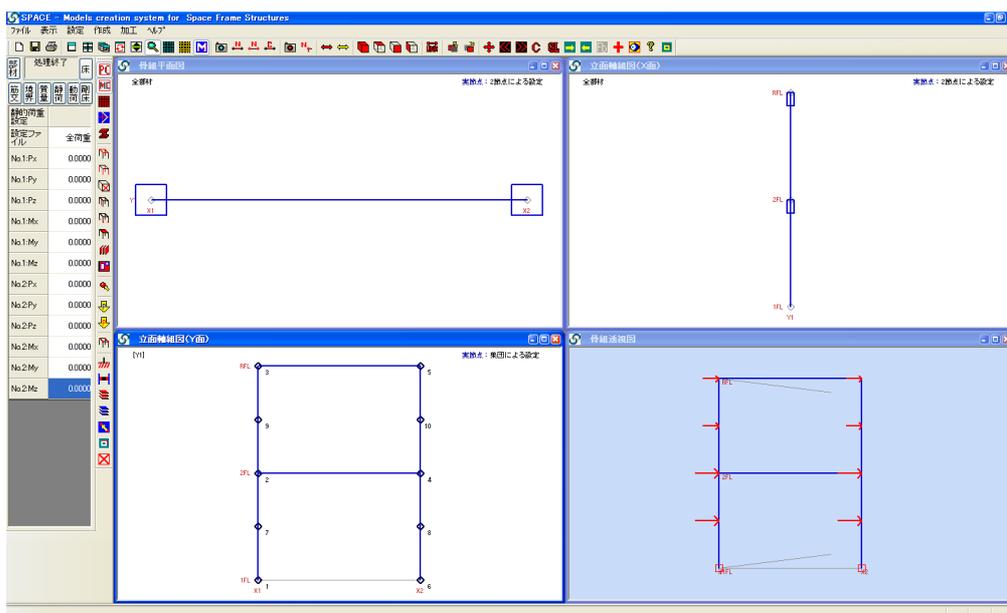


図6-21 CAD画面で解析モデルを作成する

解析モデルを全て設定した後、メニューの「ファイル」→「ファイル

への出力」を選択し、「構造ファイル」と「静的荷重ファイル_1」、情報ファイルを指定し、OK ボタンを押して出力する。

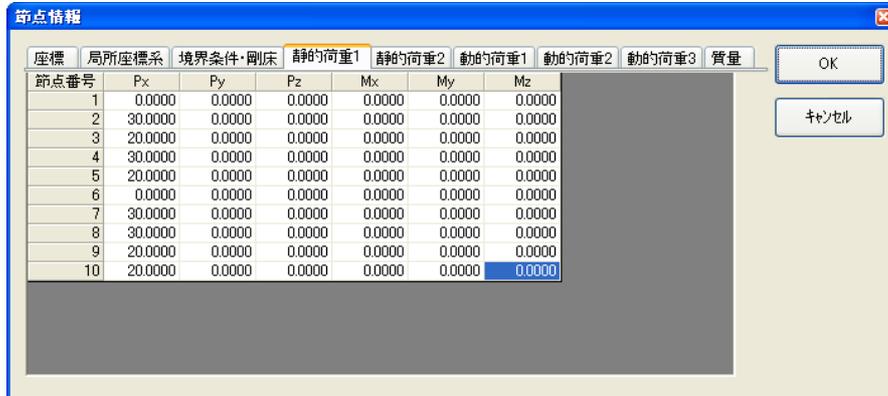


図 6-22 節点情報によって、荷重状態を確認する

解析パラメータを設定した後、静的ソルバーを起動し、線形解析を実施する。解析が正常終了した後、解析結果を出力表示で確認する。SPACEのメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に出力されている20回目の解析結果を図 6-23 に示す。図に見られるように、両者の断面力は良い一致を示している。

```

ided step number: 20 -----
table number: 0
|番号 部材モデル      Nx          Qy          Qz          Mx          My          Mz
1      1      0.0006      0.0000      65.6246      0.0000      -19687.3779      0.0000
          0.0006      0.0000      65.6246      0.0000      19687.3779      0.0000
2      1      0.0002      0.0000      18.7493      0.0000      -5624.9775      0.0000
          0.0002      0.0000      18.7493      0.0000      5624.9775      0.0000
3      1      84.3754      0.0000      -100.0000      0.0000      20687.6453      0.0000
          84.3754      0.0000      -100.0000      0.0000      687.6450      0.0000
4      1      84.3751      0.0000      -70.0000      0.0000      687.6450      0.0000
          84.3751      0.0000      -70.0000      0.0000      -13312.3552      0.0000
5      1      -84.3737      0.0000      -100.0000      0.0000      20687.6453      0.0000
          -84.3737      0.0000      -100.0000      0.0000      687.6450      0.0000
6      1      -84.3739      0.0000      -70.0000      0.0000      687.6450      0.0000
          -84.3739      0.0000      -70.0000      0.0000      -13312.3553      0.0000
7      1      18.7503      0.0000      -40.0000      0.0000      6375.0226      0.0000
          18.7503      0.0000      -40.0000      0.0000      -1624.9775      0.0000
8      1      18.7501      0.0000      -20.0000      0.0000      -1624.9775      0.0000
          18.7501      0.0000      -20.0000      0.0000      -5624.9775      0.0000
9      1      -18.7496      0.0000      -40.0000      0.0000      6375.0226      0.0000
          -18.7496      0.0000      -40.0000      0.0000      -1624.9775      0.0000
10     1      -18.7498      0.0000      -20.0000      0.0000      -1624.9775      0.0000
          -18.7498      0.0000      -20.0000      0.0000      -5624.9775      0.0000
    
```

図 6-23 課題 2 の静的解析結果である部材断面力

次に静的プレゼンターを起動し、図 6-24 に示すように、せん断力図と曲げモーメント図を表示させる。右図とたわみ角法で求めた図 6-17 の曲げモーメント分布とせん断力分布は、一致している。

さらに、図 6-24 で、第 1 層及び第 2 層の柱頭位置で、Ctrl キーとマウス右ボタンを同時にクリックすることで、図 6-25 のダイアログを表示させ、その節点の解析結果の情報を観察する。このダイアログから分かるように、当該節点の水平変位は、式(6.30)と示される節点変位と同じ値となっている。

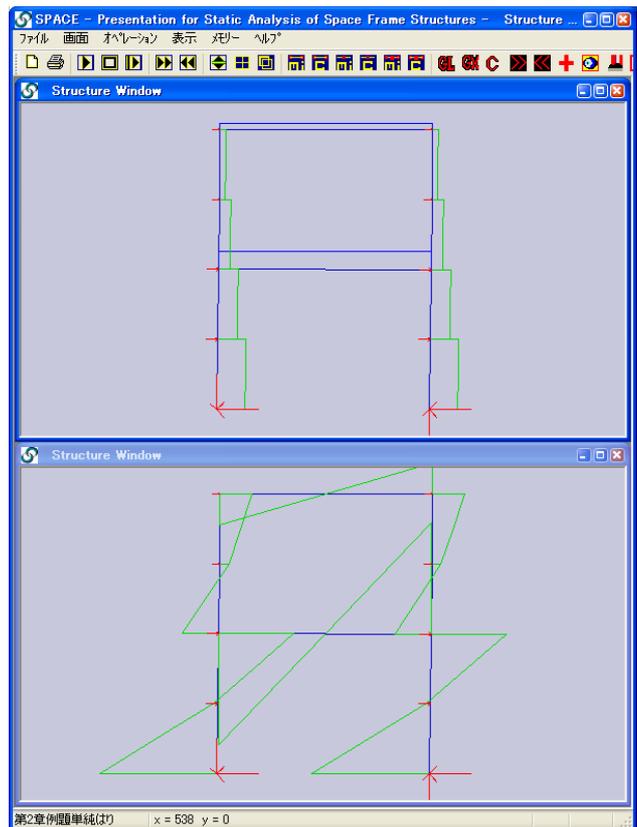


図 6-24 課題 2 のせん断力分布と曲げモーメント分布



図 6-25 (a) 第 1 層柱頭の水平方向変位

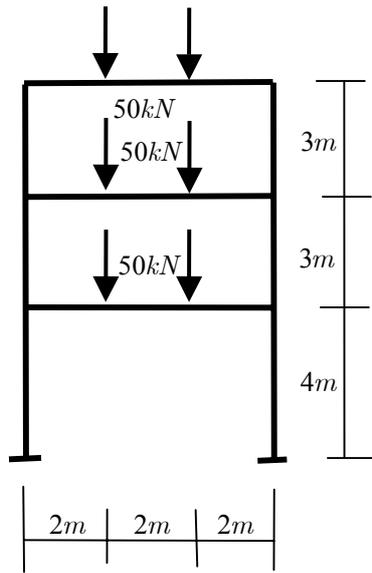


図 6-25 (b) 第 2 層柱頭の水平方向変位

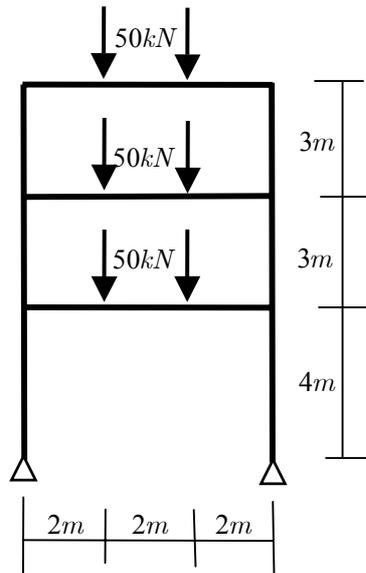
本章では、多層の骨組の解析方法を学んだ。骨組は整形ラーメンと異形ラーメンに分類されており、ここでは、整形ラーメンに関する解析方法を学習した。多層の整形ラーメンでは、その層の数だけ層せん断力、あるいは、層モーメントの釣合が必要となり、その層モーメントの釣合の求め方と、層せん断力の求め方について学んだ。

6.6 問題

問題 6-1 次の骨組の応力解析をたわみ角法で実行し、曲げモーメント図、せん断力図及び軸力図を描き、さらに反力を求めて、外力と反力の力の釣合を確認せよ。なお、鋼材は、SS400 を使用し、部材断面として、梁は全て H-400x200x8x13 を、柱は□125x25x12 を使用するものとする。また、SPACE を用いて、同上の解析を実施し、互いの結果を比較することで、たわみ角法の結果を検証しなさい。(断面二次モーメントやヤング係数は、SPACE のデータベースの値を用いなさい。また、設定した断面より、剛比を計算して、たわみ角法を適用しなさい。)

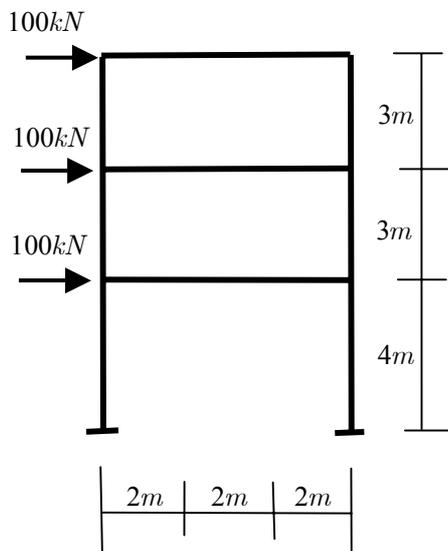


問 6-1

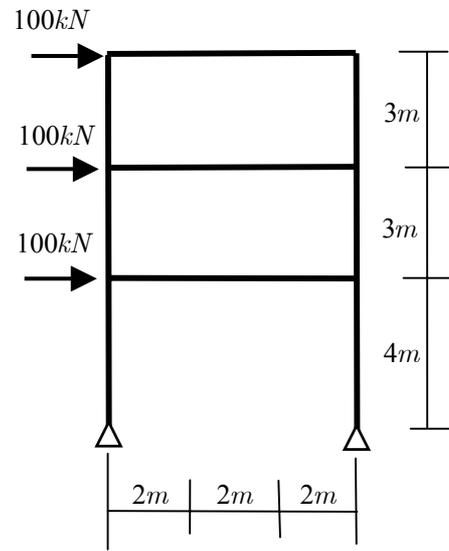


問 6-2

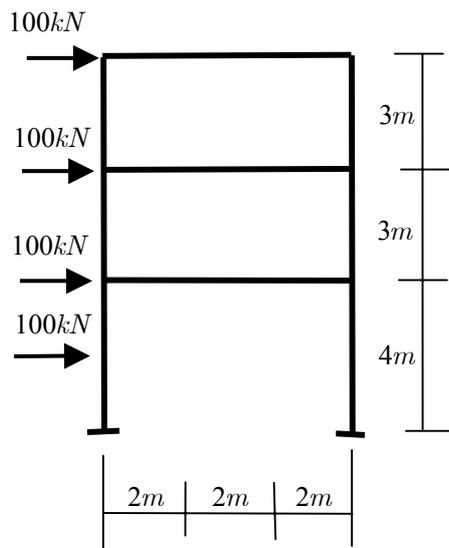
$$\left. \begin{aligned}
 C &= \frac{2Pl}{9} \\
 M_0 &= \frac{Pl}{3} = 1.5C \\
 Q &= P
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.42)$$



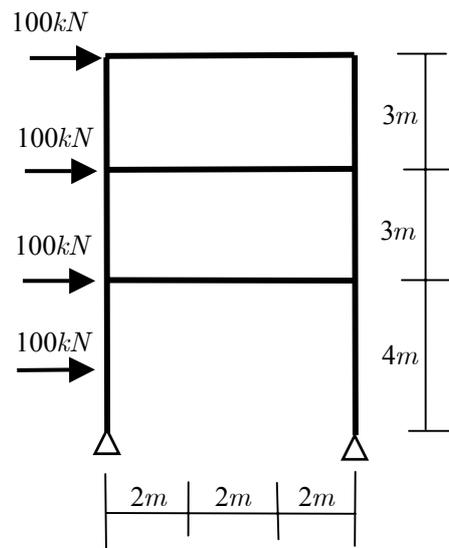
問 6-3



問 6-4



問 6-5



問 6-6

注意:問 6-5 と問 6-6 で、第 1 層柱の中央に集中荷重が加わっている。
 そのため、逆対称変形にはならない。