

表 8-2 整形骨組のたわみ角法による剛性行列の特徴

	2階節点	3階節点	R階節点	各層
節点方程式				
層方程式				

最初に、節点方程式領域Ⅰの部分を概観する。対角項は、当該節点に結合する部材に関する剛比の和の2倍となり、整形骨組と同じである。次に、非対角項についてであるが、整形骨組では、骨組の形状と同じで規則正しく配置されている。直ぐ隣には左右の梁の剛比が、また、上下階に相当する位置には柱の剛比が配置される。一方、異形骨組では、当該節点に結合する部材の他端の節点番号に位置にその部材の剛比がセットされる。この領域Ⅰの作成はそれほど難しくはない。第8.5節の例題を使用して、この領域Ⅰの部分を作成してみよう。未知節点回転角は、 $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ の3つである。

$$\begin{bmatrix} 2(k_1+k_2) & k_2 & 0 \\ k_2 & 4k_2 & k_2 \\ 0 & k_2 & 2(k_1+k_2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(8.106)$$

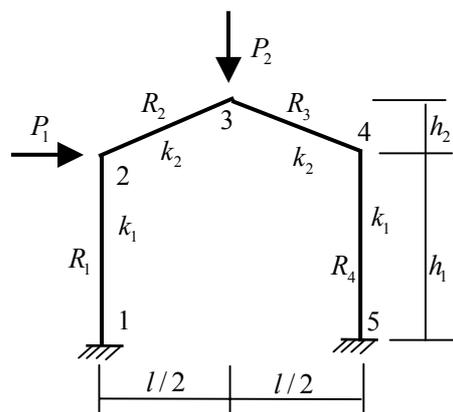


図 8-9 異形ラーメンの解析モデル

次に、領域Ⅲについて考えてみよう。整形骨組では、各層の部材角が順序良く並んでいるが、異形骨組では、独立部材角が配置されることになる。また、各節点方程式では、当該節点に結合している部材の部材角の係数が配置されることになり、結合部材が独立部材角であるか従属部材角であるかによって異なる。特に、従属部材角の場合、独立部材角との関係が必要となる。図 8-39 の骨組では、独立部材角を両柱にしたときの部材角間の関係が、式(8.38)で与え

られている。以下に再度示す。

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{h_1}{2h_2} & \frac{h_1}{2h_2} \\ \frac{h_1}{2h_2} & -\frac{h_1}{2h_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R'_1 \\ R'_4 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots(8.107)$$

上の部材角間の関係と以下に示す各節点に結合している部材一覧表を利用することで得られる。この表では、縦軸には節点回転角、横軸には部材を並べ、その表内には、当該節点に結合している部材の剛比が配置されている。

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & k_1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(8.108)$$

上の行列に右より、式(8.107)の係数行列を掛けることで、領域Ⅱの剛性行列が得られる。

$$\begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{h_1}{2h_2} & \frac{h_1}{2h_2} \\ \frac{h_1}{2h_2} & -\frac{h_1}{2h_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - \frac{h_1}{2h_2}k_2 & \frac{h_1}{2h_2}k_2 \\ -\frac{h_1}{2h_2}k_2 + \frac{h_1}{2h_2}k_2 & \frac{h_1}{2h_2}k_2 - \frac{h_1}{2h_2}k_2 \\ \frac{h_1}{2h_2}k_2 & k_1 - \frac{h_1}{2h_2}k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - \frac{h_1}{2h_2}k_2 & \frac{h_1}{2h_2}k_2 \\ 0 & 0 \\ \frac{h_1}{2h_2}k_2 & k_1 - \frac{h_1}{2h_2}k_2 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(8.109)$$

さらに、領域Ⅱでは、次の行列の3重積によって求められる。この式は、式(8.33)の右辺第1項の部材角の項より導かれる。下式で、中央の行列では、部材数分の部材剛比が対角項に配置されている。

$$\frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{h_1}{2h_2} & \frac{h_1}{2h_2} & 0 \\ 0 & \frac{h_1}{2h_2} & -\frac{h_1}{2h_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & & & \\ & k_2 & & \\ & & k_2 & \\ & & & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{h_1}{2h_2} & \frac{h_1}{2h_2} \\ \frac{h_1}{2h_2} & -\frac{h_1}{2h_2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{2}{3}(k_1 + \frac{1}{2}(\frac{h_1}{h_2})^2 k_2) & -\frac{1}{3}(\frac{h_1}{h_2})^2 k_2 \\ -\frac{1}{3}(\frac{h_1}{h_2})^2 k_2 & \frac{2}{3}(k_1 + \frac{1}{2}(\frac{h_1}{h_2})^2 k_2) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(8.110)$$

ここで、上の係数項の2/3の分子は部材の両端で和をとることを、また、分母の3は、剛性行列を対称行列にするためのものである。

次に、荷重項の領域PIとPIIについて考える。領域PIは節点方程式の荷重項であることから、当該節点に結合する部材の部材荷重による固定端モーメントの和とモーメント荷重による項である。従って、この項については、整形骨組と同様である。領域PIIでは、各独立部材角の動きに合わせて、各節点がどのように移動するかを知る必要がある。節点集中荷重及び部材荷重による等価な集中荷重(部材荷重が加わる部材の基本応力であるせん断力を、節点の変位方向に座標変換した荷重)から、荷重項が計算される。これについては、式(8.78)より以降を参照されたい。

8.10 課題3

荷重状態が2種ある課題3の骨組を、異形骨組の機械的作表法を用いて釣合式を作成し、さらに応力解析を行い、その結果とSPACEによる解析結果と比較する。ここでは、全て同じH断面を使用する。材質はSS400、H400x200x8x13であり、断面二次モーメントは23500 cm⁴ はであり、ヤング係数は20500kN/cm²とする。柱の剛比を1とすると、梁の剛比は次式となる。

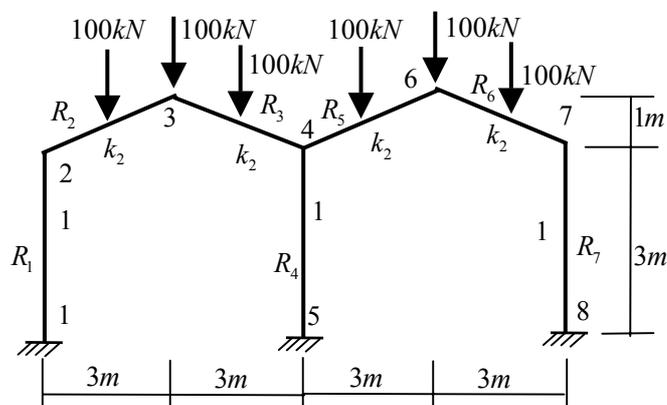


図8-40(a) 課題3-1の異形ラーメン

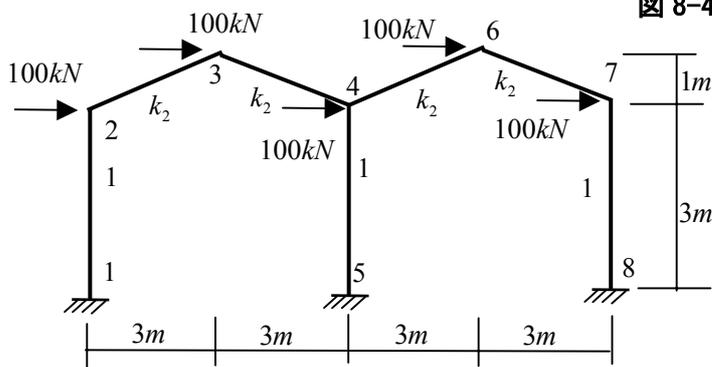


図8-40(b) 課題3-2の異形ラーメン

ここで、 h_1 は 3m であり、 h_2 は 1m である。また、

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= \frac{2EI}{h_1}; \quad K_2 = \frac{2EI}{l_2}; \quad l_2 = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3.162 \\ \alpha &= \frac{h_1}{2h_2} = \frac{3}{2 \cdot 1} = 1.5; \quad k_2 = \frac{\frac{2EI}{l_2}}{\frac{2EI}{h_1}} = \frac{300}{316.2} = 0.9487 \end{aligned} \right\} \dots\dots(8.111)$$

ここで、 l_2 は梁 1 本の長さであり、また、 l は骨組のスパン長の 6m である。課題の骨組は、節点数が 8 であり、その内、節点 1,3,5 は固定であることから、5 つの自由回転角を有する。また、部材角は 7 であり、閉ループが 2 であることから制限条件は 4、従って独立部材角は 3 となる。以上の考察より、この課題は 8 自由度を有する骨組であることが分かる。

次に、部材角間の従属関係を求めよう。独立部材角と有する部材として、全て柱を選択すると、次のような従属関係が得られる。この関係を得ることはそれほど難しくはないので、読者の演習としよう。

$$\left\{ \begin{matrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ R_4 \\ R_5 \\ R_6 \\ R_7 \end{matrix} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} R'_1 \\ R'_4 \\ R'_7 \end{matrix} \right\} \dots\dots(8.112)$$

上式の α は $h_1/(2h_2)$ であり、1.5 となる。

前節の異形骨組の機械的作表法に従って、剛性行列を作成しよう。最初に、領域 I は、式(8.111)と図 8-40 を参照して、次のように得られる。

$$\begin{bmatrix} 2(k_1 + k_2) & k_2 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 & 4k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 2(k_1 + 2k_2) & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & 4k_2 & k_2 \\ 0 & 0 & 0 & k_2 & 2(k_1 + k_2) \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \end{matrix} \right\} \\ = \begin{bmatrix} 3.8974 & 0.9487 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9487 & 3.7948 & 0.9487 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9487 & 5.7948 & 0.9487 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9487 & 3.7948 & 0.9487 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9487 & 3.8974 \end{bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \end{matrix} \right\} \dots\dots(8.113)$$

次に、式(8.109)に従って、領域Ⅲの剛性行列を求める。

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 & k_1 & k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 - \alpha k_2 & \alpha k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha k_2 & k_1 - 2\alpha k_2 & \alpha k_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha k_2 & k_1 - \alpha k_2 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} -0.4231 & 1.4231 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1.4231 & -1.8461 & 1.4231 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.4231 & -0.4231 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(8.114)
 \end{aligned}$$

最後に、式(8.110)に従って、領域Ⅱの剛性行列を求める。ここで、剛比 k_1, k_2 の及びパラメータ α は式(8.117)に求められている。

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\alpha & 1 & -\alpha & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha & -\alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & & & & & & \\ & k_2 & & & & & \\ & & k_1 & & & & \\ & & & k_2 & & & \\ & & & & k_1 & & \\ & & & & & k_2 & \\ & & & & & & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 & = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} k_1 & -\alpha k_2 & \alpha k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha k_2 & -\alpha k_2 & k_1 & -\alpha k_2 & \alpha k_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha k_2 & -\alpha k_2 & k_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} k_1 + 2\alpha^2 k_2 & -2\alpha^2 k_2 & 0 \\ -2\alpha^2 k_2 & k_1 + 4\alpha^2 k_2 & -2\alpha^2 k_2 \\ 0 & -2\alpha^2 k_2 & k_1 + 2\alpha^2 k_2 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} 3.5128 & -2.8461 & 0 \\ -2.8461 & 6.3589 & -2.8461 \\ 0 & -2.8461 & 3.5128 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(8.115)
 \end{aligned}$$

以上で、この骨組のたわみ角法による剛性行列が得られた。まとめると以下のようなになる。

$$\begin{bmatrix}
 3.8974 & 0.9487 & 0 & 0 & 0 & -0.4231 & 1.4231 & 0 \\
 0.9487 & 3.7948 & 0.9487 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.9487 & 5.7948 & 0.9487 & 0 & 1.4231 & -1.8461 & 1.4231 \\
 0 & 0 & 0.9487 & 3.7948 & 0.9487 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.9487 & 3.8974 & 0 & 1.4231 & -0.4231 \\
 -0.4231 & 0 & 1.4231 & 0 & 0 & 3.5128 & -2.8461 & 0 \\
 1.4231 & 0 & -1.8461 & 0 & 1.4231 & -2.8461 & 6.3589 & -2.8461 \\
 0 & 0 & 1.4231 & 0 & -0.4231 & 0 & -2.8461 & 3.5128
 \end{bmatrix}
 \begin{Bmatrix}
 \varphi_2 \\
 \varphi_3 \\
 \varphi_4 \\
 \varphi_6 \\
 \varphi_7 \\
 \psi_1 \\
 \psi_4 \\
 \psi_7
 \end{Bmatrix}
 \dots\dots(8.116)$$

次に、荷重項を求める。最初に、図 8-40 (a) の鉛直方向の荷重が加わっている骨組について、荷重項を求める。ここでは、部材 2, 3, 5, 6 に部材荷重が加わっているので、以下のように基本応力を求める。

$$\left. \begin{aligned}
 C &= \frac{Pl'}{8} = \frac{100 \cdot 3}{8} = 37.5 \text{ kNm} \\
 M_0 &= \frac{Pl'}{4} = \frac{100 \cdot 3}{4} = 75 \text{ kNm} \\
 Q &= \frac{P}{2} = 50 \text{ kN}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots(8.117)$$

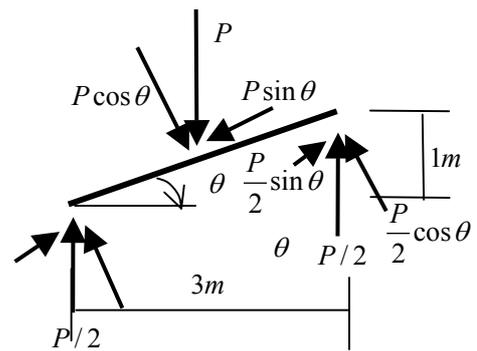


図 8-41 斜め部材に鉛直荷重が加わった際の反力

上記の基本応力は、本来、部材荷重を図のように部材の法線方向と材軸方向に分解して計算すべきであるが、ここでは、鉛直方向荷重と水平方向に投影された部材長さ $l' = 3m$ を用いて計算されている。従って、等価な節点荷重として、モーメント荷重は C であり、鉛直方向荷重は Q と同じとなる。また、水平荷重は発生しない。ただし、この斜め部材の両端固定時の断面力分布は、図 8-42 となる。ここでは、部材に軸力が発生していることに注意されたい。

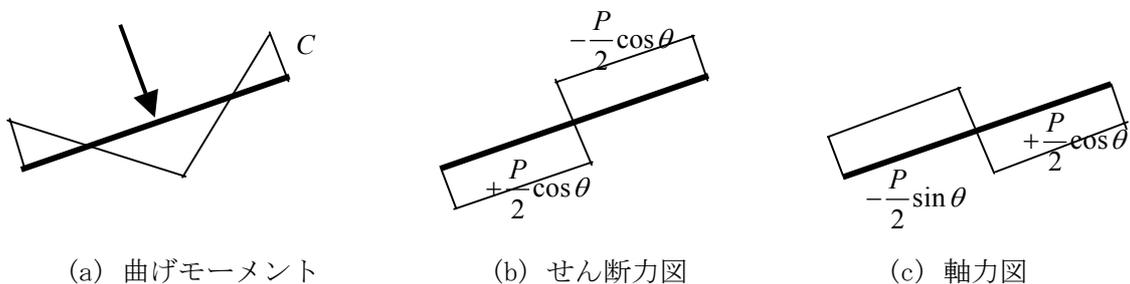


図 8-42 斜め部材の基本応力

荷重項を求めるために荷重点直下の独立部材角による鉛直方向変位が必要となる。そこで、式(8.49)を参考にすると次のように与えられる。

$$\begin{Bmatrix} u_2 & v_2 \\ u_3 & v_3 \\ u_4 & v_4 \\ u_6 & v_6 \\ u_7 & v_7 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 \\ h_1 - h_2\alpha & \frac{l}{2}\alpha \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} R'_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ h_1 + h_2\alpha & -\frac{l}{2}\alpha \\ h_1 & 0 \\ h_1 - h_2\alpha & \frac{l}{2}\alpha \\ 0 & 0 \end{bmatrix} R'_4 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ h_1 + h_2\alpha & 0 \\ h_1 & -\frac{l}{2}\alpha \end{bmatrix} R'_7 \quad \dots\dots(8.118)$$

ここで、 l は骨組のスパンであり、6mである。また、各変位ベクトルは、自由節点での水平方向変位と鉛直方向変位を並べたものである。

節点荷重及び部材荷重による等価な荷重の和は以下のようなものである。ここでも、第1項は水平方向荷重であり、第2項は鉛直方向荷重である。また、その内容は、式(8.118)に対応する。

$$\begin{Bmatrix} 0 & \frac{P}{2} \\ 0 & 2P \\ 0 & P \\ 0 & 2P \\ 0 & \frac{P}{2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 50 \\ 0 & 200 \\ 0 & 100 \\ 0 & 200 \\ 0 & 50 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.119)$$

仮想変位による外力の為す仕事は、上の式(8.118)と(8.119)の各方向の力と変位を掛けることで得られる。

$$\begin{aligned} V &= \sum u_i P_{xi} + \sum v_i P_{yi} \\ &= \frac{l}{2} 2P\alpha R'_1 + \left(-\frac{l}{2} + \frac{l}{2}\right) 2P\alpha R'_4 - \frac{l}{2} 2P\alpha R'_7 \end{aligned} \quad \dots\dots(8.120)$$

従って、独立部材角に対する仮想仕事の原理による荷重項は、次式となる。

$$\frac{1}{3} \begin{Bmatrix} \frac{\partial V}{\partial R'_1} \\ \frac{\partial V}{\partial R'_4} \\ \frac{\partial V}{\partial R'_7} \end{Bmatrix} = -\frac{l\alpha}{3} \begin{Bmatrix} -P \\ 0 \\ P \end{Bmatrix} = \frac{6.1.5}{3} \begin{Bmatrix} 100 \\ 0 \\ -100 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 300 \\ 0 \\ -300 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.121)$$

節点方程式における荷重項は、固定端モーメントより、次式のように与えられる。

$$\begin{Bmatrix} C_{23} \\ -C_{32} + C_{34} \\ -C_{43} + C_{46} \\ -C_{64} + C_{67} \\ C_{76} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 37.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -37.5 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.122)$$

以上をまとめると、荷重項は以下ようになる。

$$\begin{Bmatrix} 37.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -37.5 \\ 300 \\ 0 \\ -300 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.123)$$

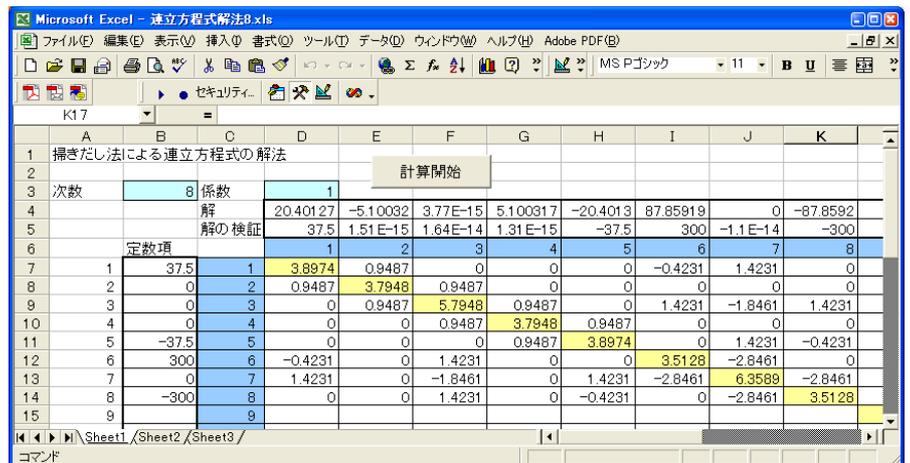


図 8-43 Excel による鉛直方向荷重の解

この8元の連立方程式の解を求めることは、かなり難しいので、ここでは添付したExcelの連立方程式を解くプログラムで解を求めることになる。

得られた方程式の解は次式となる。ここでは、対称変形となっていることが分かる。ただし、異型骨組では、対称変形であっても、柱に部材角が生じる場合があることを示している。

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \psi_1 \\ \psi_4 \\ \psi_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 20.401 \\ -5.100 \\ 0 \\ 5.100 \\ -20.401 \\ 87.860 \\ 0 \\ -87.860 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.124)$$

上の独立部材角と部材角間の関係を用いて、各部材の部材角を求める。

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \\ \psi_7 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 87.860 \\ 0 \\ -87.860 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 87.860 \\ -131.79 \\ 131.79 \\ 0 \\ -131.79 \\ 131.79 \\ -87.860 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.125)$$

求めた節点回転角と部材角を用いて、材端モーメント求める。

$$\begin{aligned} M_{12} &= k_1(\varphi_2 + \psi_1) = (20.401 + 87.86) = 108.26 \\ M_{21} &= k_1(2\varphi_2 + \psi_1) = (2 \cdot 20.401 + 87.86) = 128.66 \\ M_{23} &= k_2(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_2) - C_{23} = 0.9487(2 \cdot 20.401 - 5.10 - 131.79) - 37.5 = -128.66 \\ M_{32} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_2) + C_{32} = 0.9487(-2 \cdot 5.10 + 20.401 - 131.79) + 37.5 = -77.85 \\ M_{34} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_4 + \psi_3) - C_{34} = 0.9487(-2 \cdot 5.10 + 0 + 131.79) - 37.5 = 77.85 \\ M_{43} &= k_2(2\varphi_4 + \varphi_3 + \psi_3) + C_{43} = 0.9487(2 \cdot 0 - 5.10 + 131.79) + 37.5 = 157.70 \\ M_{45} &= k_1(2\varphi_4 + \psi_4) = (2 \cdot 0 + 0) = 0 \\ M_{54} &= k_1(\varphi_4 + \psi_4) = (0 + 0) = 0 \\ M_{46} &= k_2(2\varphi_4 + \varphi_6 + \psi_5) - C_{46} = 0.9487(2 \cdot 0 + 5.10 - 131.79) - 37.5 = -157.70 \\ M_{64} &= k_2(2\varphi_6 + \varphi_4 + \psi_5) + C_{64} = 0.9487(2 \cdot 5.10 + 0 - 131.79) + 37.5 = -77.85 \\ M_{67} &= k_2(2\varphi_6 + \varphi_7 + \psi_6) - C_{67} = 0.9487(2 \cdot 5.10 - 20.401 + 131.79) - 37.5 = 77.85 \\ M_{76} &= k_2(2\varphi_7 + \varphi_6 + \psi_6) + C_{76} = 0.9487(-2 \cdot 20.401 + 5.10 + 131.79) + 37.5 = 128.66 \\ M_{78} &= k_1(2\varphi_7 + \psi_7) = (-2 \cdot 20.401 - 87.86) = -128.66 \\ M_{87} &= k_1(\varphi_7 + \psi_7) = (-20.401 - 87.86) = -108.26 \end{aligned} \quad \dots\dots(8.126a)$$

上の材端モーメントより、骨組が対称の断面力を有することが分かる。
また、梁中央の曲げモーメントは、

$$\begin{aligned} {}_cM_{23} &= M_0 - 0.5(M_{32} - M_{23}) = 75 - 0.5(-77.85 + 128.66) = 49.60 \\ {}_cM_{34} &= M_0 - 0.5(M_{43} - M_{34}) = 75 - 0.5(157.70 - 77.85) = 35.08 \end{aligned} \quad \dots\dots(8.126b)$$

この骨組の曲げモーメント図、せん断力図は、上の材端モーメントより求められる。これは読者の演習とする。

次に、図 8-40 (b) に示される荷重状態について考える。式 (8.119) と同様に、節点集中荷重は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} P & 0 \\ P & 0 \\ P & 0 \\ P & 0 \\ P & 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 100 & 0 \\ 100 & 0 \\ 100 & 0 \\ 100 & 0 \\ 100 & 0 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.127)$$

仮想変位による外力の為す仕事は、上の式(8.118)と(8.127)の各方向の力と変位を掛けることで得られる。

$$V = \sum u_i P_{xi} + \sum v_i P_{yi} = (2h_1 - h_2\alpha)PR'_1 + (2h_1)PR'_4 + (2h_1 - h_2\alpha)PR'_7 \quad \dots\dots(8.128)$$

従って、独立部材角に対する仮想仕事の原理による荷重項は次式となる。

$$\frac{1}{3} \begin{Bmatrix} \frac{\partial V}{\partial R'_1} \\ \frac{\partial V}{\partial R'_4} \\ \frac{\partial V}{\partial R'_7} \end{Bmatrix} = -\frac{P}{3} \begin{Bmatrix} 2h_1 - h_2\alpha \\ 2h_1 \\ 2h_1 - h_2\alpha \end{Bmatrix} = -\frac{100}{3} \begin{Bmatrix} 4.5 \\ 6 \\ 4.5 \end{Bmatrix} = -\begin{Bmatrix} 150 \\ 200 \\ 150 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.129)$$

節点方程式における荷重項は、部材荷重と節点にモーメント荷重がないことから、ゼロベクトルとなる。

ここでも、前記の荷重状態と同様に、Excel の連立方程式を解くプログラムを利用して解を求める。得られた方程式の解は、次式となる。ここでは、逆対称変形となっていることが分かる。

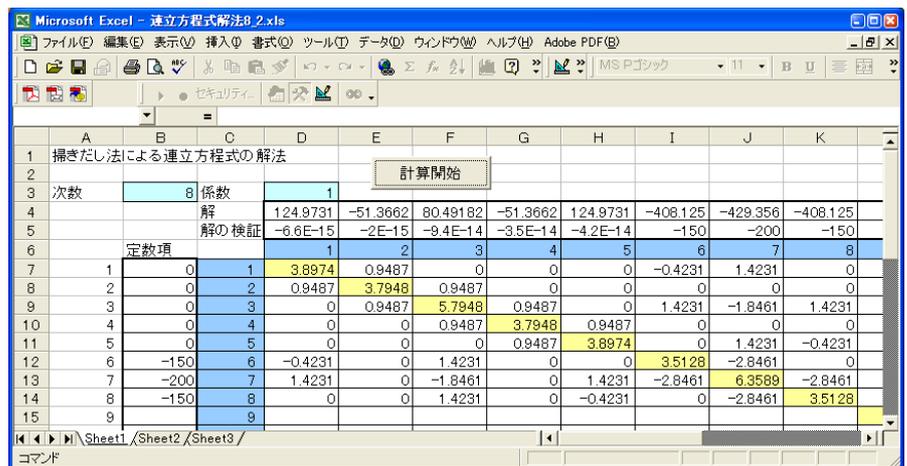


図 8-44 Excel による水平方向荷重の解

$$\begin{Bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \psi_1 \\ \psi_4 \\ \psi_7 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 124.97 \\ -51.37 \\ 80.49 \\ -51.37 \\ 124.97 \\ -408.13 \\ -429.36 \\ -408.13 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.130)$$

上の独立部材角と部材角間の関係を用いて、各部材の部材角を求めてみよう。

$$\begin{Bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \\ \psi_5 \\ \psi_6 \\ \psi_7 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\alpha & \alpha & 0 \\ \alpha & -\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\alpha & \alpha \\ 0 & \alpha & -\alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -408.13 \\ -429.36 \\ -408.13 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -408.13 \\ -31.85 \\ 31.85 \\ -429.36 \\ 31.85 \\ -31.85 \\ -408.13 \end{Bmatrix} \quad \dots\dots(8.131)$$

求めた節点回転角と部材角を用いて、材端モーメント求める。

$$\begin{aligned} M_{12} &= k_1(\varphi_2 + \psi_1) = (124.97 - 408.13) = -283.16 \\ M_{21} &= k_1(2\varphi_2 + \psi_1) = (2 \cdot 124.97 - 408.13) = -158.19 \\ M_{23} &= k_2(2\varphi_2 + \varphi_3 + \psi_2) = 0.9487(2 \cdot 124.97 - 51.37 - 31.85) = 158.17 \\ M_{32} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_2 + \psi_2) = 0.9487(-2 \cdot 51.37 + 124.97 - 31.85) = -9.13 \\ M_{34} &= k_2(2\varphi_3 + \varphi_4 + \psi_3) = 0.9487(-2 \cdot 51.37 + 80.49 + 31.85) = 9.11 \\ M_{43} &= k_2(2\varphi_4 + \varphi_3 + \psi_3) = 0.9487(2 \cdot 80.49 - 51.37 + 31.85) = 134.20 \\ M_{45} &= k_1(2\varphi_4 + \psi_4) = (2 \cdot 80.49 - 429.36) = -268.38 \\ M_{54} &= k_1(\varphi_4 + \psi_4) = (80.49 - 429.36) = -348.87 \\ M_{46} &= k_2(2\varphi_4 + \varphi_6 + \psi_5) = 0.9487(2 \cdot 80.49 - 51.37 + 31.85) = 134.20 \\ M_{64} &= k_2(2\varphi_6 + \varphi_4 + \psi_5) = 0.9487(-2 \cdot 51.37 + 80.49 + 31.85) = 9.11 \\ M_{67} &= k_2(2\varphi_6 + \varphi_7 + \psi_6) = 0.9487(-2 \cdot 51.37 + 124.97 - 31.85) = -9.13 \\ M_{76} &= k_2(2\varphi_7 + \varphi_6 + \psi_6) = 0.9487(2 \cdot 124.97 - 51.37 - 31.85) = 158.17 \\ M_{78} &= k_1(2\varphi_7 + \psi_7) = (124.97 - 408.13) = -283.16 \\ M_{87} &= k_1(\varphi_7 + \psi_7) = (2 \cdot 124.97 - 408.13) = -158.19 \end{aligned} \quad \dots\dots(8.132)$$

この骨組の曲げモーメント図及び、せん断力図は、上の材端モーメントより求められる。これも読者の演習とする。

次に、SPACE を用いて、上記の課題を数値解析する。まず、SPACE を起動する。この SPACE の「ファイル」→「新規作成」メニューを用いて、「たわみ角法演習

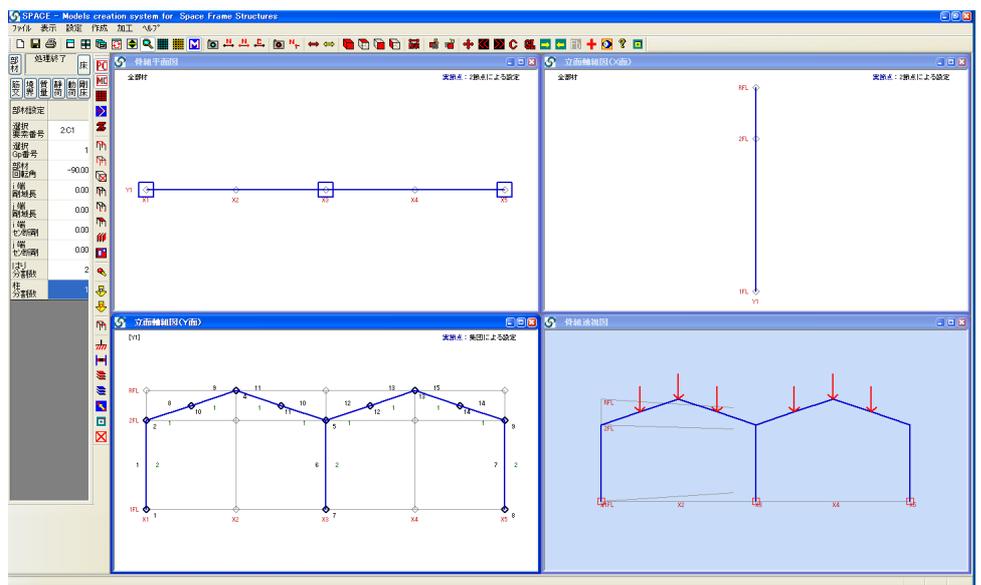


図 8-45 課題 3-1 の鉛直方向荷重加わるモデル

要素データ変更

断面変更

要素番号	現在の状態	符号	モデル	ヤング係数 (kN/cm ²)	せん断係数 (kN/cm ²)	断面積 (cm ²)	断面二次モーメント (cm ⁴)	y軸断面二次モーメント (cm ⁴)	z軸断面二次モーメント (cm ⁴)	y軸回りせん断断面積 (cm ²)	z軸回りせん断断面積 (cm ²)	第1ステップ重量 (kN)	第2ステップ重量 (kN)	軸方向耐力 (kN)	y軸塑性モーメント (kN-cm)	z軸塑性モーメント (kN-cm)
1	有効	G1	1	20500.0000	790.0000	83370.00	35.68000	23500.00000	1740.00000	30.50606	18.28942	0.00000	0.00000	2042.5650	32095.000	6541.5000
2	有効	C1	1	20500.0000	790.0000	83370.00	35.68000	23500.00000	1740.00000	30.50606	18.28942	0.00000	0.00000	2042.5650	32095.000	6541.5000

図 8-46 解析モデルに合わせるために断面積を 1000 倍にする。

解析モデル - 「第8章」フォルダ内の「課題 3_1」フォルダ中にコントロールファイルを作成する。コントロールファイルの名前を「2 スパン 異形ラーメン.ct1」としよう。その後、各種のコントロール情報を設定した後、モデラーを起動する。これ以後の手続きは、課題 1 と同様である。モデラーで作成した解析モデルを図 8-45 に示す。

ここでも、たわみ角法の結果を評価するために、軸方向変位を生じさせないよう図 8-46 のように部材の断面積を 1000 倍にする。

解析モデルが完成した後、ファイルにデータを出力し、線形解析を実施する。正常終了を確認した後、静的プレゼンターを起動し、アニメーション機能を利用して曲げモーメントとせん断力分布を観察する。ここでは、先にたわみ角法で求めた結果と比較し、互いに一致することを確認する。図 8-47 には、鉛直方向荷重が加わった場合の曲げモーメント

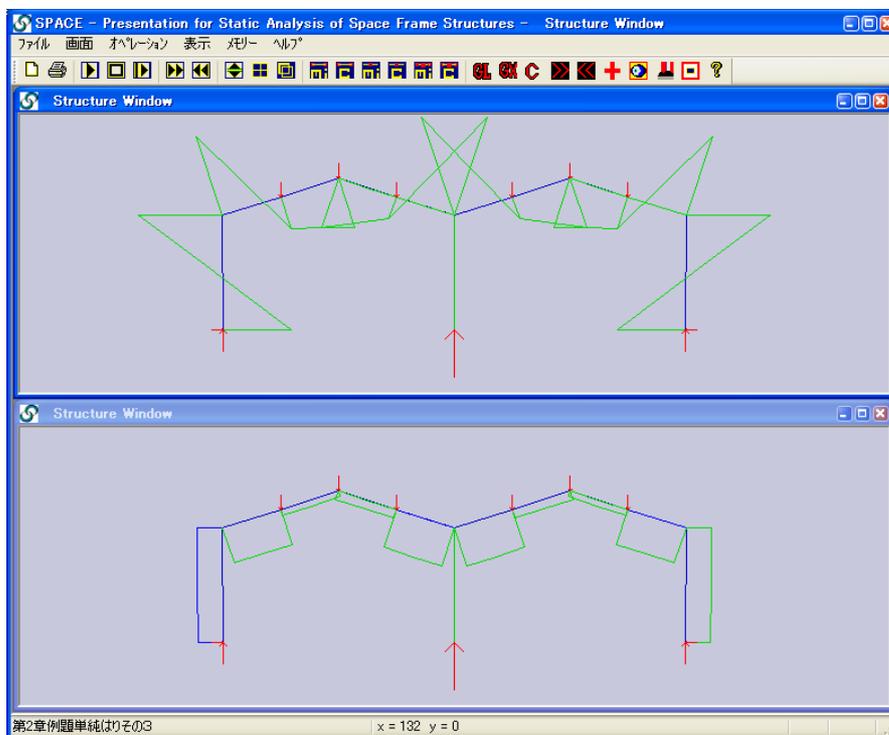


図 8-47 課題 3-1 の鉛直方向荷重加わった場合の曲げモーメントとせん断力分布

図とせん断力図が示されており、対称変形を生じていることが分かる。

次に、水平方向荷重が加わった場合について、SPACE による解析を実施する。解析モデルは同じであることから、「第8章」フォルダ内の「課題 3_1」フォルダをコピーし、「課題 3_2」とする。次に、モデラーを起動し、鉛直方向荷重を消去する。その後、図 8-48 に示すように、屋根部分に水平方向荷重を加える。当然、断面に関する要素ファイルもコピーしたことから、部材の断面積は 1000 倍となっており、たわみ角法の

解析結果と同じとなる。

荷重項を変更した後、解析モデルをファイルに出力し、線形解析を実施する。正常終了を確認した後、静的プレゼンターを起動して、結果を評価する。

図 8-49 には、曲げモーメント分布とせん断力分布が描かれている。この図から分かるように、逆対称の断面力分布を示している。また、これらは、たわみ角法で求めた各分布図と同一であることが分かる。

2つの荷重状態における部材断面力をたわみ角法の結果と比較するために、解析経過を示す出力表示で確認する。SPACE のメニューより、「表示」→「静的解析の途中経過の表示」を選択し、解析経過と結果を表示させる。ファイルの最後に表示されている 20 回目の解析結果を図 8-50 に示す。同図 (a) は鉛直方向荷重が加わった際の断面力であり、また、(b) は水平方向荷重が加わった際の断面力である。両者ともたわみ角法の結果と良い一致を示している。

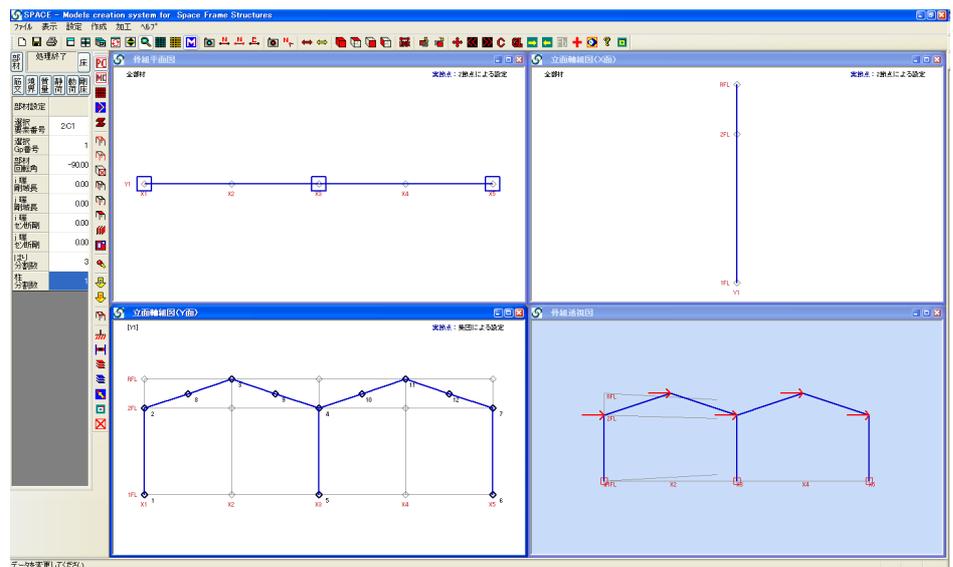


図 8-48 課題 3-2 の水平方向荷重加わるモデル

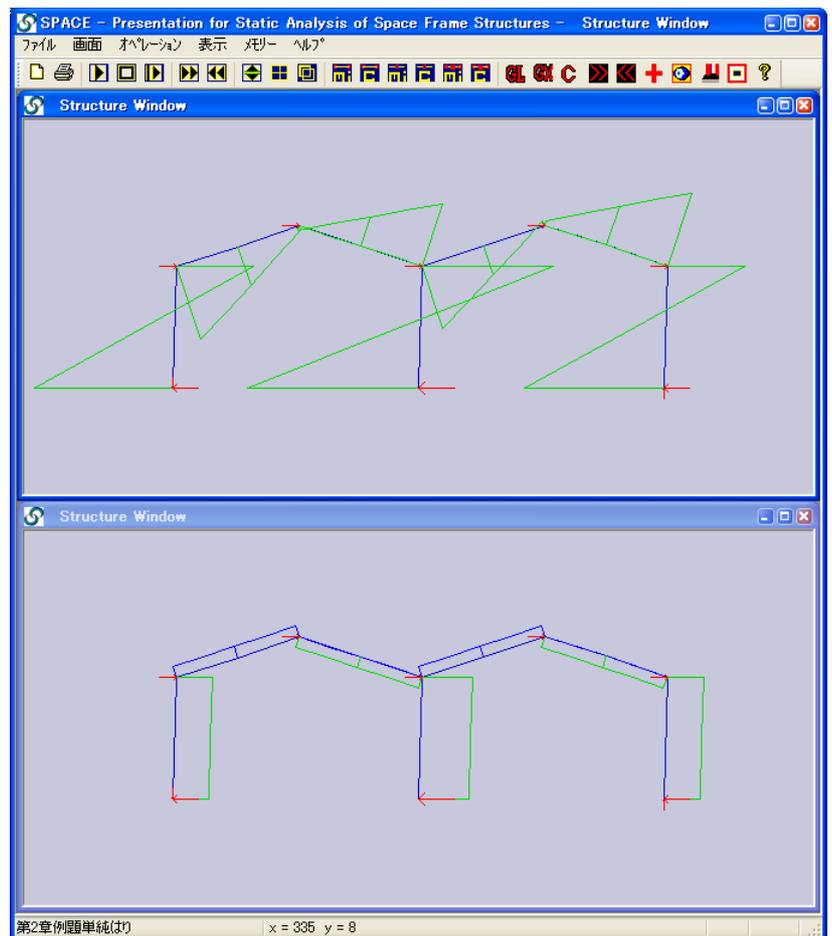


図 8-49 課題 3-2 の水平方向荷重加わる場合の曲げモーメントとせん断力分布

3材番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	-145.1617	0.0000	78.9702	0.0000	-10825.2588	0.0000
		-145.1617	0.0000	78.9702	0.0000	12865.8146	0.0000
2	1	-309.6771	0.0000	-0.0022	0.0000	0.3698	0.0000
		-309.6771	0.0000	-0.0022	0.0000	-0.2829	0.0000
3	1	-145.1613	0.0000	-78.9731	0.0000	10825.8269	0.0000
		-145.1613	0.0000	-78.9731	0.0000	-12866.1047	0.0000
4	1	-120.8227	0.0000	-112.7390	0.0000	12865.8146	0.0000
		-120.8227	0.0000	-112.7390	0.0000	-4959.7939	0.0000
5	1	-89.2000	0.0000	-17.8707	0.0000	-4959.7939	0.0000
		-89.2000	0.0000	-17.8707	0.0000	-7785.3935	0.0000
6	1	-123.8831	0.0000	-121.9204	-0.0001	15769.2224	0.0062
		-123.8831	0.0000	-121.9204	-0.0001	-3508.0900	-0.0014
7	1	-92.2605	0.0000	-27.0520	0.0001	-3508.0900	-0.0014
		-92.2605	0.0000	-27.0520	0.0001	-7785.3935	-0.0031
8	1	-123.8832	0.0000	-121.9194	0.0000	15768.9395	0.0000
		-123.8832	0.0000	-121.9194	0.0000	-3508.2085	0.0000
9	1	-92.2606	0.0000	-27.0510	0.0000	-3508.2085	0.0000
		-92.2606	0.0000	-27.0510	0.0000	-7785.3476	0.0000
10	1	-120.8234	0.0000	-112.7398	0.0000	12866.1047	0.0051
		-120.8234	0.0000	-112.7398	0.0000	-4959.6259	-0.0019
11	1	-89.2007	0.0000	-17.8714	0.0001	-4959.6259	-0.0020
		-89.2007	0.0000	-17.8714	0.0001	-7785.3476	-0.0031

図 8-50(a) 課題 3-1 の鉛直方向荷重を受ける場合の部材断面力

番号	部材モデル	Nx	Qy	Qz	Mx	My	Mz
1	1	65.3990	0.0000	-147.1179	0.0000	28316.7250	0.0000
		65.3990	0.0000	-147.1179	0.0000	-15818.6302	0.0000
2	1	0.0017	0.0000	-205.7640	0.0000	34889.0979	0.0000
		0.0017	0.0000	-205.7640	0.0000	-26840.1119	0.0000
3	1	-65.3965	0.0000	-147.1181	0.0000	28316.7630	0.0000
		-65.3965	0.0000	-147.1181	0.0000	-15818.6742	0.0000
4	1	65.3809	0.0000	47.1417	0.0000	-15818.6302	0.0000
		65.3809	0.0000	47.1417	0.0000	-8364.8748	0.0000
5	1	65.3809	0.0000	47.1417	0.0000	-8364.8748	0.0000
		65.3809	0.0000	47.1417	0.0000	-911.1194	0.0000
6	1	-70.8484	0.0000	-45.3192	-0.0001	13420.0738	0.0053
		-70.8484	0.0000	-45.3192	-0.0001	6254.4772	0.0025
7	1	-70.8484	0.0000	-45.3192	0.0000	6254.4772	0.0025
		-70.8484	0.0000	-45.3192	0.0000	-911.1194	-0.0004
8	1	70.8492	0.0000	45.3190	0.0000	-13420.0381	0.0000
		70.8492	0.0000	45.3190	0.0000	-6254.4807	0.0000
9	1	70.8492	0.0000	45.3190	0.0000	-6254.4807	0.0000
		70.8492	0.0000	45.3190	0.0000	911.0768	0.0000
10	1	-65.3802	0.0000	-47.1420	-0.0001	15818.6742	0.0062
		-65.3802	0.0000	-47.1420	-0.0001	8364.8755	0.0033
11	1	-65.3802	0.0000	-47.1420	0.0000	8364.8755	0.0033
		-65.3802	0.0000	-47.1420	0.0000	911.0768	0.0004

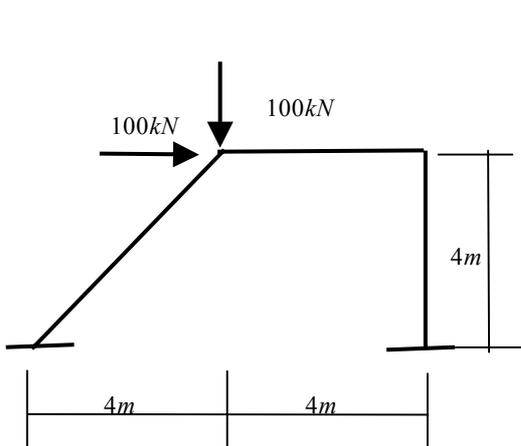
図 8-50(b) 課題 3-2 の水平方向荷重を受ける場合の部材断面力

8.11 まとめ

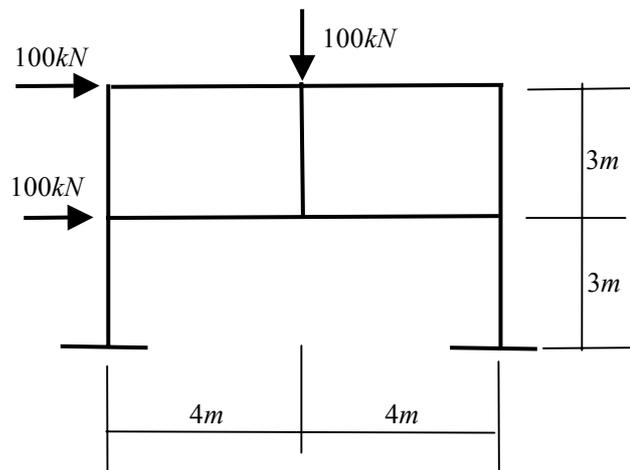
本章では、異形ラーメンについて、たわみ角法による解析方法を学んだ。たわみ角法は、部材の伸縮を無視し、節点の移動を部材角という形で表す。そこには利点と欠点があり、例えば、利点としては未知数が少なくなり、手計算では圧倒的に有利である。しかし、節点移動がある場合、部材角間に依存関係が生じ、整形骨組以外ではかなり扱いが面倒となる。本章では、その依存関係を容易に求める方法と、また、全体釣合式を仮想仕事の原理より誘導する方法を学んだ。また、異形ラーメンに対する釣合式を機械的作表法によって求める手法を学んだ。さらに、例題を通してこれらの手法を理解した。さらに、SPACEの結果と比較してその結果の正しさを検証した。

8.12 問題

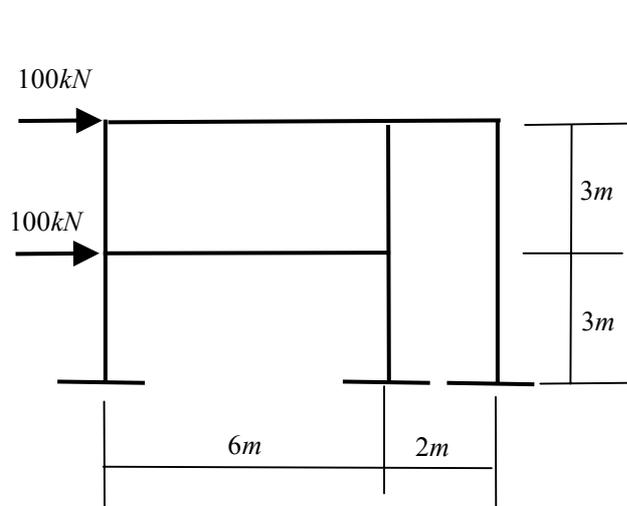
問題 8-1 次に示す異形ラーメンについて、SPACEを用いて静的応力解析（線形解析）を実行しなさい。また、たわみ角法を用いて解析し、両者の断面力を比較しなさい。なお、鋼材はSS400を使用し、部材断面として、梁は全てH-400x200x8x13を、柱は□125x25x12を使用するものとする。（断面二次モーメントやヤング係数は、SPACEのデータベースの値を用いなさい。また、設定した断面より剛比を計算して、たわみ角法を適用しなさい。）



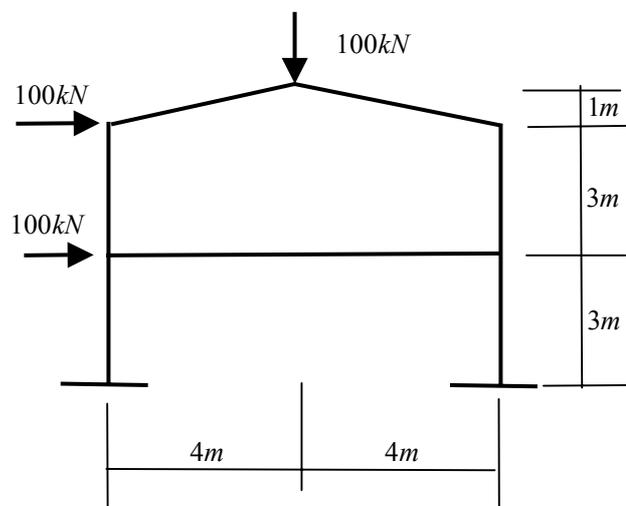
問 8-1



問 8-2



問 8-3



問 8-4